

MARGINALNE RASPODELE KUMULATIVNIH DNEVNIH PADAVINA NA PROSTORU SRBIJE

Vladislava MIHAILOVIĆ*, Zoran M. RADIĆ**

* Šumarski fakultet Univerziteta u Beogradu

** Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

REZIME

Hidrološke i meteorološke serije su najčešće mešoviti procesi sastavljeni od determinističkih i stohastičkih komponenti. Ako se pretpostavi da tokom referentnog perioda (N=30 godina) mogu zanemariti trendovi usled globalnih promena, i da su promene kontinualne (da nema skokovitih promena), onda od determinističkih komponenti ostaju samo sezonske promene vezane za padavinski režim razmatranog područja. Opšte je poznato da se sezonske varijacije uspešno mogu modelirati primenom periodičnih funkcija (korišćenjem Fourierovih serija).

Fundamentalne pretpostavke u ovom radu su: A. da sezonske promene (koje evidentno postoje u srednjim vrednostima) postoje i u svim ostalim parametrima (te da mogu modelirati primenom periodičnih funkcija); B. da se na osnovu modeliranih (periodičnih) vremenskih funkcija parametara dnevnih suma padavina stohastičke varijacije dnevnih padavina mogu modelirati primenom jedinstvenog modela za svih 365 marginalnih raspodela. Kao rezultat uvedenih pretpostavki dobijaju se glatke funkcije kvantila tokom hidrološke godine koje omogućavaju širok opseg primena: za analize i klasifikaciju padavinskih režima; za ranu detekciju sušnih i vlažnih perioda; za definisanje promenljivog praga kod analize suša; za analizu globalnih klimatskih promena, itd.

Glavni ciljevi ovog članka su: (1) Da se prikaže nov metodološki pristup koji omogućava isti pristup kod analize meteoroloških i hidroloških serija (2) Da se na sistematičan i objektivan način utvrdi koja je teorijska funkcija raspodele najprihvatljivija za marginalne raspodele dnevnih suma padavina na 25 klimatoloških stanica u Srbiji za referentni period 1961–1990. godine. Kako su dnevne padavine prekidne stohastičke

serije (sa puno vrednosti nula) analize su urađene za kumulativne kiše tokom 30, 60 i 90 dana.

Analiziran je veći broj mogućih dvoparametarskih i troparametarskih raspodela. Preliminarni izbor izvršen je na osnovu dijagrama L-momenata i srednjih težinskih odstojanja (statistika AWOD). Detaljne analize su eliminisale sve troparametarske raspodele. Od dvoparametarskih raspodela kandidati su bili Gama (GAM2) i Weibulova (W2) raspodela. Rangiranje na 25 analiziranih stanica uz primenu tri pokazatelja kvaliteta prilagođavanja (PPCC, RMSE i MAD) su pokazala da je GAM2 raspodela najprihvatljivija.

Ključne reči: stohastička hidrologija, meteorologija, dnevne padavine, L-momenti, marginalne raspodele, testovi prilagođavanja.

UVOD

Yevjevich (1984) daje detaljan prikaz analize strukturnih karakteristika dnevnih serija padavina i proticaja, uz kraća teorijska razmatranja mogućnosti za primenu nekoliko teorijskih funkcija raspodela u modeliranju probablističkih karakteristika dnevnih serija.

U prethodnim radovima istih autora (Mihailović & Radić, 2006; Radić & Mihailović, 2006a, 2006b; Radić & Mihailović, 2010) prikazano je više proširenja metode strukturnih analiza dnevnih hidroloških serija proticaja:

- (1) Umesto na originalne podatke (osmotrene vrednosti dnevnih proticaja), TIPS metoda je primenjena na modeliranje karakterističnih statističkih funkcija (minimума, maksimuma, srednjih vrednosti, standardne devijacije, koeficijenta asimetrije i

koeficijenta spljoštenosti, L-momenata i bezdimenzionalnih L-momenata);

- (2) Pokazano je kako se metoda strukturne analize statističkih funkcija dnevnih proticaja može koristiti kao model za klasifikaciju hidroloških režima;
- (3) Pokazano je kako se metoda strukturne analize statističkih funkcija dnevnih proticaja može koristiti pri određivanju 365 marginalnih raspodela dnevnih proticaja i na bazi toga proizvesti glatke funkcije kvantila za referentni period;
- (4) Pokazano je kako se funkcije kvantila mogu koristiti u operativnoj hidrologiji za kontinualno praćenje stanja vlažnosti sliva i ranu detekciju sušnih perioda i plavnog potencijala;
- (5) Ukazano je na mogućnosti daljeg proširenja primene metode strukturne analize dnevnih proticaja u analizi poplava i suša, primenom dnevno promenljivih pragova definisanih na novi način.

Dok su se ranije analize bazirale na strukturnoj analizi dnevnih proticaja, ovaj rad se bavi *analizom dnevnih padavina*. Osnovni ciljevi ovog rada su: (1) Da se prikaže metodološki pristup strukturne analize koji omogućava isti pristup kod analize meteoroloških i hidroloških serija (2) Da se na sistematičan i objektivan način utvrdi koja je teorijska funkcija raspodele najprihvatljivija za marginalne raspodele dnevnih suma

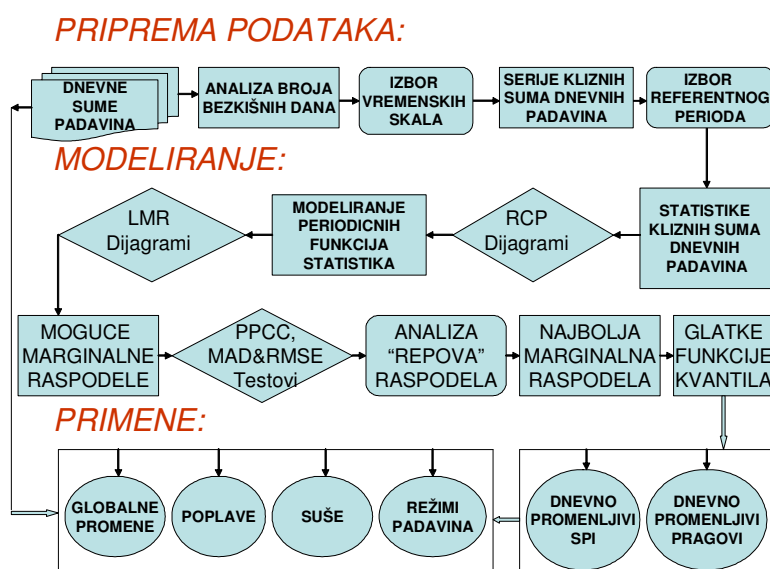
padavina na 25 klimatoloških stanica u Srbiji za referentni period 1961–1990.

Da bi se prvi od ciljeva ostvario (imajući u vidu da su dnevne padavine prekidne slučajne promenljive sa mnogo nula vrednosti) uvedene su *serije kliznih suma dnevnih padavina* uz izbor koraka sumacije ekvivalentnog onima koji se trenutno koriste u analizi meteoroloških suša. Kod izbora teorijske funkcije za marginalne raspodele dnevnih suma padavina pristup je sličan onome koji je primenjen za proticaje (Radić & Mihailović, 2010), s tim što su ovde uz *troparametarske razmatrane i dvoparametarske raspodele*, a uveden je i treći pokazatelj kvaliteta prilagođavanja. Imajući prethodno u vidu (da bi se izbegla ponavljanja) izostavljeni su nepotrebni detalji i ukazano je samo na specifičnosti koje postoje kod analize padavina.

Pored toga (usled preobimnosti članka) izostavljeni su i prikazi raznih aspekta moguće primene rezultata strukturne analize padavina. Uz napomenu da i na tom planu ima specifičnosti, pa će se pripremiti poseban članak.

METODOLOGIJA

Shematska prezentacija kompletne metodologije prikazana je na Slici 1, a sastoji se od tri faze: (A) Priprema podataka, (B) Modeliranje i (C) Primene.



Slika 1. Shematski prikaz metodologije analize i primena strukturne analize dnevnih padavina

U fazi pripreme podataka najpre se analiziraju maksimalna trajanja perioda bez kiše, da bi se na osnovu toga usvojile vremenske skale za koje će se formirati pokretne sume dnevnih padavina. Naredni korak u okviru ove faze predstavlja izbor referentnog perioda podataka. Za referentni period WMO preporučuje 30 godina (od 1961. do 1990. godine).

Faza modeliranja počinje sa proračunom statistika dnevnih kumulativnih padavina. Izbor statistika zavisi od metode koja će se koristiti za ocenu parametara i metode za izbor teorijskih funkcija za marginalne raspodele. U ovom radu korišćena je metoda L-momenata, pa su računane sledeće statistike: L-lokacije, λ_1 (srednja vrednost); L-razmere, λ_2 ; L-asimetrije, L-Cs (ili τ_3); i L-spljoštenosti, L-Ck (ili τ_4).

Prednosti L-momenata u odnosu na obične (konvencionalne) momente mogu se naći u originalnom radu Hosking (1990), a na njih je ukazano i u radu Radić & Mihailović (2010).

Kako su dnevne sume padavina međusobno korelisane, pretpostavlja se da su i njihove statistike autokorelisane te da se tokom godine (kalendarske ili hidrološke) vremenske funkcije statistika mogu modelirati periodičnim funkcijama. Izbor potrebnog broja harmonika Fourier-ovih serija vrši se na bazi karaktera relativnog kumulativnog periodograma (RCP), koji predstavlja procenat ukupne varijanse koji je objašnjen sa prvih h -harmonika. Ovaj postupak predložio je profesor Jevdjević (1984), a detalji primene mogu se videti i u radu Radić & Mihailović (2006b). Važno je istaći da modelirane statističke funkcije predstavljaju glatke linije (bez diskontinuiteta između susednih datuma tokom godine).

Sledeći korak predstavlja izbor mogućih teorijskih funkcija raspodela za modeliranje marginalnih distribucija dnevnih kumulativnih padavina. U ovom slučaju izbor se vrši na bazi dijagrama L-momenata (LMR) koji pokazuje region mogućih primena pojedinih raspodela. Prednosti primene ovih dijagrama u odnosu na dijagrame konvencionalnih momenata pokazane su u radu Sankarasubramanian & Srinivasan (1999), kao i u radu Radić & Mihailović (2010). Pored ostalog prednost je i u tome što se osim vizuelne inspekcije koristi i numerička mera prilagodjavanja teorijske raspodele empirijskim podacima. Kroll & Vogel (2002) su ovu meru nazvali AWOD (skraćeno od: Averaged Weighted Orthogonal Distance). U ovom radu korišćene su dve mere vertikalnog odstojanja

između uzoračkih i teorijskih odnosa L-momenata (D_i , $i=1,2,\dots,365$), koje su predložili Yue & Wang (2004):

- Za dvoparametarske raspodele

$$D_i = \tau_2 \left[\tau_3^o(i) \right] - \tau_2^o(i), i$$

- Za troparametarske raspodele

$$D_i = \tau_4 \left[\tau_3^o(i) \right] - \tau_4^o(i),$$

gde su:

- $\tau_2^o(i), \tau_3^o(i), \tau_4^o(i)$ uzoračke vrednosti L-momenata
- $\tau_2 \left[\tau_3^o(i) \right]$ i $\tau_4 \left[\tau_3^o(i) \right]$ teorijske vrednosti procenjene na osnovu nimeričkih izraza za svaku raspodelu na osnovu uzoračke vrednosti koeficijenta asimetrije (L-Cs).

Rangiranje raspodela kandidata vrši se prema vrednostima prosečnog odstojanja, \bar{D} .

Sledeći korak predstavlja izbor najbolje raspodele iz serije mogućih raspodela. Kako se ovde radi o jednovremenom testiranju 365 marginalnih raspodela, a traži se raspodela koja je upotrebljiva na regionalnom nivou (na većem broju lokacija) i za različite vremenske korake kumulativnih padavina, primenjeno je više testova uz rangiranje kvaliteta svake od raspodela na svim lokacijama kišomernih stanica. Rangiranje se obavlja primenom tri statistička pokazatelja:

- Korelacioni koeficijent dijagrama verovatnoće (PPCC)
- Koren iz srednje kvadratne greške (RMSE) i
- Srednja apsolutna greška (MAE).

Prve dve statistike korišćene su i kod izbora najbolje raspodele za dnevne proticaje (videti rad Radić & Mihailović, 2010), pa će se u nastavku objasniti samo treća (MAE).

Srednja apsolutna greška (MAE) prikazuje veličinu prosečnog odstupanja teorijskih od empirijskih vrednosti:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_{(i)} - w_i| \quad (1)$$

U prethodnom izrazu je: N – broj podataka, a $x_{(i)}$ i $w_{(i)}$ – su opažene i teorijske vrednosti. Teorijske

vrednosti određuju se na način opisan u prethodnom radu.

MAE je linearna veličina, tako da sva odstupanja teorijskih od empirijskih vrednosti imaju istu težinu. Budući da je RMSE dobijena kvadriranjem odstupanja, ona veću težinu daje većim greškama. Da bi se što bolje utvrdila varijacija odstupanja, pokazatelje MAE i RMSE treba koristiti zajedno:

- Što je veća razlika između MAE i RMSE, veća je i varijansa pojedinačnih odstupanja
- Slučaj kada je $RMSE=MAE$ znači da su sva odstupanja jednaka.

Za više raspodela rangiranih po MAE i RMSE najmanja vrednost ukazuje na raspodelu koja najbolje aproksimira opažene vrednosti.

“Objektivni” statistički testovi prilagodjavanja vode računa samo o kvalitetu prilagodjavanja teorijskih funkcija u domenu (opsegu) merenih vrednosti. Međutim, svrha uvođenja teorijskih raspodela je upravo u proširenju opsega i na vrednosti koje nisu merene. Zbog toga je jako važno analizirati i to kako se pojedine raspodele ponašaju u domenu ekstremnih kvantila (u žargonu ovi delovi raspodela nazivaju se „reпови”). Imajući u vidu da je krajnji cilj strukturne analize određivanja marginalnih raspodela - određivanje glatkih linija kvantila, posebna pažnja data je *analizi repova raspodela*, odnosno *fizičkoj interpretaciji* mogućnosti koje pružaju pojedini od kandidata za „najbolje raspodele”. Više detalja o ovom problemu dato je u odeljku rada koji se odnosi na rezultate.

PODACI

U okviru ovog rada korišćeni su podaci o dnevnim vrednostima padavina iz baze podataka Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije (RHMZS). Polazni kriterijumi za izbor stanica su bili dužine raspoloživih nizova podataka i prostorni raspored stanica (cilj je bila što bolja pokrivenost teritorije Srbije). Usvojen je referentni period od 30 godina, od 1961-1990. godine, preporučeni od strane WMO.

Posle analize raspoloživih podataka izdvojeno je 25 stanica sa područja Srbije (Slika 2 i Tabela 1). Na stanicama gde nije bilo svih podataka je napravljen kompromis tako što je referentni period pomeren, uz

poštovanje principa da dužina referentnog perioda ostane 30 godina.



Slika 2. Lokacija odabranih klimatoloških stanica sa područja Srbije (Izvor: Republički hidrometeorološki zavod Srbije, www.hidmet.gov.rs)

U Tabeli 1 su prikazane i ukupni periodi osmatranja i maksimalne dužine perioda bez padavina za odabrane stanice u referentom tridesetogodišnjem periodu. Najkraći maksimalni period bez padavina (30 dana) imaju stanice Požega, Valjevo i Zlatibor, a najduži period bez padavina ima stanica Zaječar (60 dana)

S obzirom na dužine sušnih perioda, odabrano je da se klizne dnevne sume padavina računaju sa vremenskom skalom od 30, 60 i 90 dana. Na primer, za kumulativne 30-dnevne padavine sumiraju se padavine za tekući dan sa padavinama za prošlih 29 dana, a analogno tome formirane su i vremenske serije 60 i 90-dnevnih kumulativnih padavina.

Period sumiranja su usvojeni i prema zahtevu da se dobijeni rezultati mogu iskoristiti u monitoringu suša i stohastičkoj analizi sušnih epizoda i porediti sa pokazateljima koji se koriste u analizi suša.

Tabela 1. Spisak odabranih stanica iz baze RHMZS

REDNI BROJ	IME STANICE	RASPOLOZIVI PODACI			ODABRANI REFERENTNI PERIOD	MAX DUZINA PERIODA BEZ PADAVINA U REF. PERIODU (dana)
		POCETAK PERIODA	KRAJ PERIODA	BROJ GODINA		
1	BEOGRAD	1/1/1936	12/31/2006	71	1961-1990.	40
2	ĆUPRIJA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	39
3	DIMITROVGRAD	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	39
4	KIKINDA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	38
5	KRAGUJEVAC	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	39
6	KRALJEVO	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	34
7	KRUŠEVAC	1/1/1961	12/31/2006	46	1967-1997.	37
8	LOZNICA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	36
9	NEGOTIN	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	52
10	NIŠ	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	52
11	NOVISAD	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	55
12	PALIĆ	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	42
13	POŽEGA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	30
14	PRIŠTINA	1/1/1961	6/30/1999	39	1958-1988.	41
15	S. PALANKA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	35
16	SJENICA	1/1/1961	12/31/2006	46	1958-1988.	39
17	SOMBOR	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	40
18	SR. MITROVICA	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	39
19	V. GRADIŠTE	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	52
20	VALJEVO	1/1/1961	12/31/2006	46	1958-1988.	30
21	VRANJE	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	48
22	VRŠAC	1/1/1965	12/31/2006	42	1965-1995.	53
23	ZAJEČAR	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	60
24	ZLATIBOR	1/1/1961	12/31/2006	46	1961-1990.	30
25	ZRENJANIN	1/1/1966	1/1/2007	42	1966-1996.	40

Pre primene strukturne analize serije srednjih godišnjih kumulativnih padavina (po tri serije za svaku stanicu) najpre su testirane su na prisustvo trenda i skokova. Test *Mann & Whitney* (homogenost i stacionarnost – skokovi) sa usvojenim pragom značajnosti $\alpha = 5\%$ zadovoljile su sve stanice. Test *Wald & Wolfowitz* (nezavisnost i stacionarnost – trend), sa istim pragom značajnosti, zadovoljen je na većini meteoroloških stanica (osim na stanici Smederevska Palanka za sve tri vremenske skale i na stanici Veliko Gradište za 90-dnevne padavine). Kako se radi o prvoj analizi ove vrste, odlučeno je (radi sagledavanja prostornih karakteristika) da se i te stanice uključe u analizu, uz ogradu da rezultate dobijene za te dve lokacije treba uzeti sa rezervom.

REZULTATI

Statistike dnevnih suma padavina

Kada se analiziraju unutargodišnje strukturne karakteristike serija sa dnevnim korakom diskretizacije, to znači da se u stvari posmatra 365 datumskih nizova podataka, od kojih svaki sadrži po N podataka (ovde je $N=30$, odnosno broj godina tokom referentnog perioda).

Kod nizova 30-dnevnih kliznih suma padavina pojavljuju se nule za neke datume. Tabela 2, treća kolona, prikazuje procenat datumskih nizova (od ukupno 365), kod kojih se u nekoj godini pojavila barem jedna nula, za svaku stanicu. U poslednjoj koloni iste tabele je naveden najveći broj nula koji se javlja u datumskim nizovima. Vidi se da procenat nula

varira od stanice do stanice (od 0,3 do 15%), ali da ni kod jedne stanice nema više od dve nule u datumskom nizu (najviše 2 od 30 podataka). Problem tretmana nula kasnije će se detaljnije analizirati.

L-momenti su računati prema algoritmu koji je dao Hosking (1990). Zbog ograničenog prostora članka, dobijeni rezultati su prikazani samo preko opsega varijacije vrednosti tih nizova. Tabela 3 prikazuje, za svih 25 stanica i za sve tri vremenske skale kumulativnih padavina, opsege varijacija datumskih nizova srednjih vrednosti, koeficijenta varijacije, C_v , koeficijenta asimetrije, C_s , i koeficijenta spljoštenosti, C_k , kao i za bezdimenzionalne L-momente: $L-C_v$, $L-C_s$ i $L-C_k$. U Tabeli 4 su prikazane iste karakteristike, samo za logaritmovane serije kumulativnih dnevnih padavina. (Kod formiranja Tabele 4, zbog prirode logaritama, izostavljene su vrednosti sa kumulativnim padavinama jednakim nuli.)

Koeficijenti varijacije, asimetrije i spljoštenosti smanjuju se sa povećanjem vremenske skale, a isto važi i za bezdimenzionalne L-momente. Logaritamska transformacija je produkovala datumske nizove koeficijenta asimetrije koji imaju negativne vrednosti skoro tokom celog godišnjeg ciklusa, a nije smanjila opseg varijacije C_s . (Slično važi i kod $L-C_s$.)

Tabela 2. Procenat datuma sa nulama i najveći broj nula za jedan datum, za 30-dnevne kumul. padavine

Redni broj	Ime stanice	Procenat datuma sa nulama u odnosu na 365 datuma	Max broj nula koji se javlja za jedan datum
		(%)	(od 30 podataka)
1	BEOGRAD	4.1	2
2	ĆUPRIJA	5.8	2
3	DIMITROVGRAD	6.8	1
4	KIKINDA	4.7	1
5	KRAGUJEVAC	7.1	2
6	KRALJEVO	2.2	1
7	KRUŠEVAC	4.1	1
8	LOZNICA	2.2	1
9	NEGOTIN	12.6	2
10	NIŠ	10.1	2
11	NOVISAD	7.1	2
12	PALIĆ	7.4	2
13	POŽEGA	0.3	1
14	PRIŠTINA	9.0	1
15	S. PALANKA	2.7	1
16	SJENICA	2.7	1
17	SOMBOR	5.2	2
18	SR. MITROVICA	3.3	2
19	V. GRADIŠTE	7.1	2
20	VALJEVO	0.3	1
21	VRANJE	12.6	1
22	VRŠAC	7.9	2
23	ZAJEČAR	15.1	2
24	ZLATIBOR	0.3	1
25	ZRENJANIN	7.7	1

Tabela 3. Opseg varijacija datumskih nizova srednje vrednosti, bezdimenzionalnih konvencionalnih i bezdimenzionalnih L-momenata, za 25 stanica i za različite vremenske skale kumulativnih padavina

vremenska skala za kumulativne padavine (dani)	SREDNJA VREDN. (mm)		KONVENCIONALNI BEZDIMENZIONALNI MOMENTI						BEZDIMENZIONALNI L-MOMENTI					
			C_v		C_s		C_k		$L-C_v$		$L-C_s$		$L-C_k$	
	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
30	44.37	79.66	0.49	0.74	0.49	1.30	2.97	5.48	0.28	0.39	0.10	0.23	0.10	0.17
60	88.69	159.26	0.35	0.53	0.30	0.93	2.39	4.39	0.20	0.29	0.05	0.17	0.08	0.15
90	132.75	238.71	0.28	0.44	0.16	0.75	2.38	3.37	0.16	0.24	0.02	0.15	0.09	0.16

Tabela 4. Logaritmi dnevnih padavina. Opseg varijacije datumskih nizova srednje vrednosti, bezdimenzionalnih konvencionalnih i bezdimenzionalnih L-momenata, za odabrane stanice i za različite vremenske skale

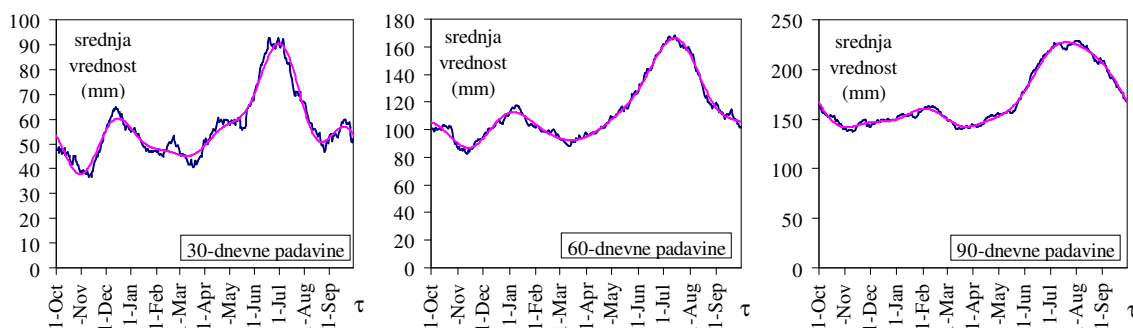
vremenska skala za kumulativne padavine (dani)	SREDNJA VREDN. (mm)		KONVENCIONALNI BEZDIMENZIONALNI MOMENTI						BEZDIMENZIONALNI L-MOMENTI					
			Cv		Cs		Ck		L-Cv		L-Cs		L-Ck	
	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
30	1.52	1.83	0.15	0.26	-1.32	-0.80	4.02	6.10	0.28	0.39	0.10	0.23	0.10	0.17
60	1.89	2.17	0.08	0.14	-0.86	-0.46	2.75	3.82	0.04	0.07	-0.14	-0.08	0.10	0.17
90	2.08	2.36	0.06	0.10	-0.66	-0.10	2.41	3.40	0.03	0.05	-0.12	-0.02	0.10	0.17

Periodične funkcije statistika

Osnovni cilj ove analize je modeliranje marginalnih raspodela za kumulativne padavine na odabranim stanicama. Na bazi ustanovljenih periodičnih funkcija (a ne originalnih nizova parametara) određuju se periodični parametri raspodela, tako da analiza i modeliranje periodičnosti statističkih parametara predstavlja ključan korak. Zbog ograničenog prostora, ovde ne mogu biti prikazani svi detalji obimne analize i modeliranja periodičnosti parametara dnevnih kumulativnih padavina. Zaključeno je da postoji unutargodišnja periodičnost kod svih statističkih parametara, a da je za modeliranje srednje vrednosti (za sve tri vremenske skale) optimalno uzeti pet značajnih

harmonika. Po principu koji je objašnjen u ranijem radu istih autora (Mihailović & Radić, 2006), za sve ostale parametre je uzet isti broj harmonika.

Slika 3 prikazuje unutargodišnju periodičnost funkcije srednje vrednosti za kumulativne 30, 60 i 90-dnevne padavine. Na slici su prikazane serije srednje vrednosti i odgovarajuće periodične funkcije računane sa 5 značajnih harmonika, za stanicu Beograd. Razumljivo, periodična funkcija srednje vrednosti sa 5 harmonika objašnjava najveći procenat varijanse originalnog niza kumulativnih 90-dnevnih padavina (prema dijagramu RCP: 99%), zatim 60-dnevnih (98%), a najmanji procenat objašnjenih varijansi je u slučaju kumulativnih 30-dnevnih padavina (95%).



Slika 3. Vremenske serije srednjih vrednosti za kumulativne 30, 60 i 90-dnevne padavine i njihove periodične funkcije računane sa 5 značajnih harmonika, za meteorološku stanicu Beograd

Preliminarni izbor kandidata za marginalne raspodele

Za preliminarnu analizu primenljivosti pojedinih raspodela korišćeni su dijagrami L-momenata: L-Cv prema L-Cs za dvoparametarske raspodele i L-Ck prema L-Cs za troparametarske raspodele. Kako je logaritamska transformacija produkovala nizove sa značajnom negativnom asimetrijom, logaritamske raspodele nisu razmatrane.

Skraćene oznake za 11 korišćenih raspodela na dijagramima i u daljem tekstu su:

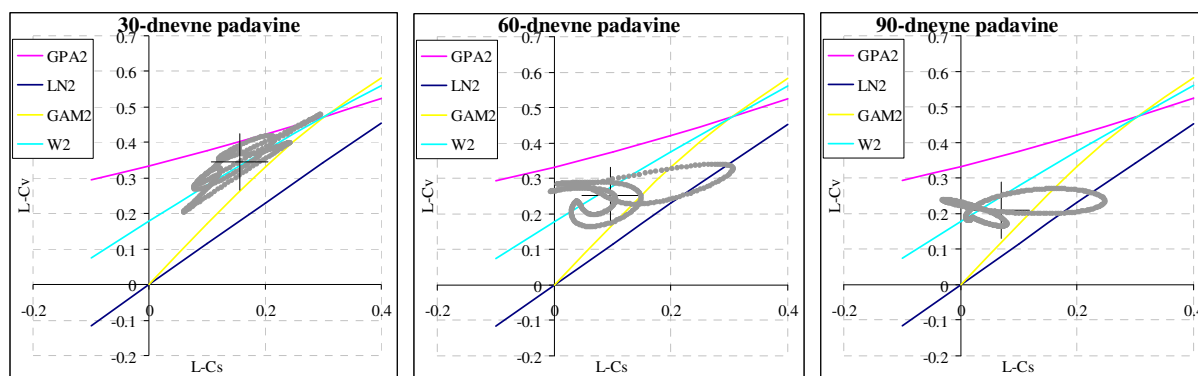
- Uopštena logistička raspodela - GLOG
- Opšta raspodela ekstremnih vrednosti - GEV
- Pirson raspodela tipa 3 - P3
- Troparametarska i dvoparametarska opšta Pareto raspodela - GPA i GPA2

- Troparametarska i dvoparametarska Wejbulova - W3 i W2
- Troparametarska i dvoparametarska log-normalna raspodela - LN3 i LN2
- Dvoparametarska gama raspodela - GAM2
- Wakeby-eva raspodela - WAK.

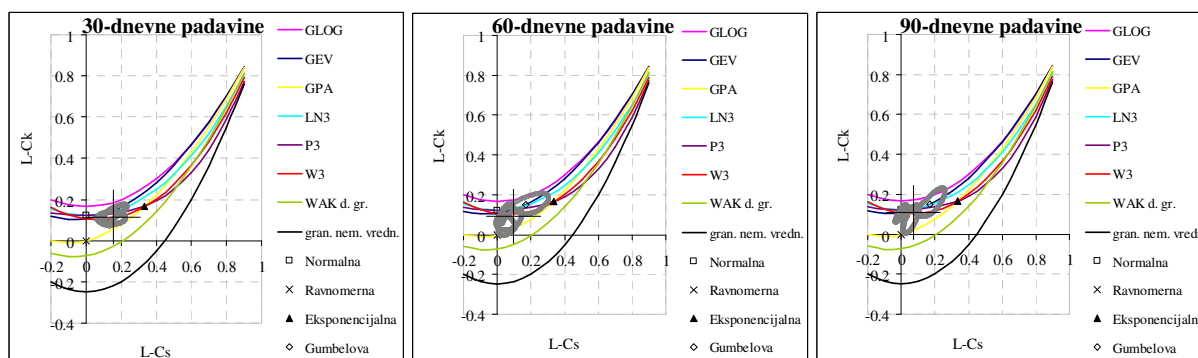
Na dijagrame L- momenata je naneto po 365 tačaka (za svaki datum u godini po jedna) koje prikazuju empirijske zavisnosti između L-Cv i L-Cs, odnosno L-Ck i L-Cs, za kumulativne 30, 60 i 90-dnevne padavine. Slika 4 prikazuje dijagrame L-momenata za dvoparametarske, a Slika 5 za troparametarske raspodele, za meteorološku stanicu Beograd. Ovdje su

empirijske tačke predstavljene periodičnim funkcijama L-Cv, L-Cs i L-Ck, sa pet značajnih harmonika, a na svakom dijagramu je (krstićem) označen i položaj srednje vrednosti podataka (srednja vrednost je ista za originalne nizove i za njihove periodične funkcije).

S obzirom na procenat nula u celom uzorku i broj nula u svakom datumskom nizu kumulativnih 30-dnevnih padavina (Tabela 2), pretpostavljeno je da tretman nula (tj. da li te podatke uključiti u proračun ili ne), ne može da utiče na preliminarni izbor raspodela. Poređenje nizova bezdimenzionalnih L-momenata računatih iz celih datumskih nizova i onih kod kojih su nule isključene opravdalo je tu hipotezu.



Slika 4. Dijagrami L-momenata L-Cv prema L-Cs za 30, 60 i 90-dnevne kumulativne padavine, za stanicu Beograd



Slika 5. Dijagrami L-momenata L-Ck prema L-Cs za 30, 60 i 90-dnevne kumulativne padavine, za stanicu Beograd

Raspodele su rangirane prema srednjem odstupanju empirijskih od teorijskih vrednosti, \bar{D} . Tabela 5 prikazuje moguće kandidate među troparametarskim raspodelama, za sve tri vremenske skale, a Tabela 6 kandidate među dvoparametarskim raspodelama.

Brojevi u tabelama predstavljaju broj stanica (od ukupno 25), kod kojih je neka raspodela bila rangirana na prvo, drugo, treće mesto, itd., za sve tri vremenske skale. Iz ranije objašnjenih razloga, logaritamske raspodele nisu razmatrane.

Tabela 5. Rangiranje troparametarskih raspodela na 25 stanica sa prostora Srbije

vremenska skala za kumulativne padavine (dani)	Rang	GLOG	GEV	GPA	P3	W3
30-dnevne	1	0	11	0	14	0
	2	0	13	1	11	0
	3	4	1	0	0	20
	4	9	0	12	0	4
	5	12	0	12	0	1
60-dnevne	1	0	19	0	5	1
	2	0	5	0	20	0
	3	5	1	0	0	19
	4	14	0	6	0	5
	5	6	0	19	0	0
90-dnevne	1	1	17	0	6	1
	2	0	7	0	18	0
	3	3	1	0	1	20
	4	18	0	3	0	4
	5	3	0	22	0	0

Tabela 6. Rangiranje dvoparametarskih raspodela na 25 stanica sa prostora Srbije

vremenska skala za kumulativne padavine (dani)	Rang	GPA2	GAM2	W2
30-dnevne	1	1	0	24
	2	22	2	1
	3	2	23	0
60-dnevne	1	0	4	21
	2	1	20	4
	3	24	1	0
90-dnevne	1	0	6	19
	2	0	19	6
	3	25	0	0

Od troparametarskih raspodela, kandidati bi mogli biti GEV (najbolja kod 60 i 90-dnevnih kumulativnih padavina), P3 (najbolja kod 30-dnevnih kumulativnih padavina) i, eventualno, W3.

Kod dvoparametarskih raspodela uvek je najbolja W2, naročito kod 30-dnevnih padavina. To se vidi i sa Slike 4 (levo), gde su se empirijske tačke za 30-dnevne padavine grupisale oko teorijske krive za ovu raspodelu. Dijagrami za ostale stanice navode na slične zaključke za kumulativne 30-dnevne padavine. Za 60 i 90-dnevne padavine W2 raspodela nije toliko ubedljivo na prvom mestu, pa se kao kandidati pojavljuju i raspodele GAM2 i GPA2.

Prihvatljivost pojedinih raspodela sa stanovišta prirode modeliranih fizičkih procesa

Kao kandidate za marginalne raspodele kumulativnih dnevnih padavina za 25 odabranih lokacija i tri vremenske skale, dijagrami L-momenata su od 11 raspodela izdvojili šest:

- Tri troparametarske raspodele: GEV, P3 i W3
- Tri dvoparametarske raspodele: W2, GAM2 i GPA2.

Međutim, iskustva i zaključci do kojih se došlo u razmatranju marginalnih raspodela dnevnih proticaja (Radić & Mihailović, 2010) ukazuju na to da bi trebalo analizirati i oblasti definisanosti pojedinih tipova raspodela. Najpre, nije poželjno da raspodele budu ograničene sa gornje strane, ako je ta gornja granica blizu zabeleženih maksimuma, (jer se u tom slučaju "sabijaju" gornji kvantili marginalnih raspodela). Drugo, fizička donja granica za padavine je nula, pa je nepoželjno da raspodela ima negativnu donju granicu u nekom periodu tokom godine, (jer će to najverovatnije proizvesti linije donjih kvantila marginalnih raspodela koje će imati negativne vrednosti u nekim periodima tokom godišnjeg ciklusa).

Dakle, prvo je analizirana primenljivost pojedinih raspodela prema sledećim kriterijumima:

- Gornja granica marginalne raspodele (ako postoji) ni u jednom periodu tokom godišnjeg ciklusa ne sme da bude ispod ili blizu linije zabeleženih datumskih maksimuma
- Donja granica marginalne raspodele (ako postoji) ne bi trebalo da bude manja od nule, odnosno, linije donjih kvantila ne smeju da imaju negativne vrednosti tokom godišnjeg ciklusa
- Zbog primene u oblasti analiza suša (određivanja trajanja i deficita) usvojen je uslov da linija kvantila verovatnoće 0,01 treba bude iznad nule tokom celog godišnjeg ciklusa.

Analizirana je sposobnost odabranih kandidata za marginalne raspodele da ispune navedene kriterijume, kod svih 25 stanica i za sve tri vremenske skale. Sve navedene kriterijume nije ispunila nijedna od troparametarskih raspodela. GEV i P3 su proizvele marginalne raspodele koje imaju kvantile verovatnoće 0,01 manje od nule barem u nekom periodu tokom godine, za sve tri vremenske skale. Kod W3 se pojavljuje isti problem, a za tu raspodelu postoji i dodatni računski uslov da periodična donja granica raspodele mora da bude manja od zabeleženih

minimuma, a to za mnoge stanice nije ispunjeno barem u nekom periodu tokom godine, za sve tri vremenske skale. Kod GEV se pojavljuje problem i sa gornjom granicom. Dvoparameterska GPA2 raspodela ima vrlo nisku gornju granicu, (ispod linije zabeleženih maksimuma), pa je iz tog razloga eliminisana.

Faktički, kao kandidati za marginalne raspodele ostale su samo raspodele W2 i GAM2. Za njih su u Tabeli 7 navedeni: broj i oznake parametara, funkcija gustine raspodele i funkcija raspodele, inverzna funkcija raspodele i domen definisanosti.

Tabela 7. Osnovni podaci o raspodelama W2 i GAM2.

Skraćenica i parametri	Funkcija gustine raspodele i funkcija raspodele	Inverzna funkcija raspodele	Domen definisanosti
Vejbulova 2-parameterska W2 α - razmera β - lokacija	$f(x) = \alpha x^{\alpha-1} \beta^{-\alpha} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}\right]$ $F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]$	$x = \beta \left[-\ln(1 - F(x))\right]^{1/\alpha}$	$0 < x < \infty$
Gama 2-parameterska GAM2 α - razmera β - oblik	$f(x) = \frac{1}{\alpha^{\beta} \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right)$ $F(x) = \frac{1}{\alpha^{\beta} \Gamma(\beta)} \int_0^x x^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right) dx$	$x_T = \alpha\beta + K_T \sqrt{\alpha\beta}$ $K_T - \text{faktor frekvencije za povratni period } T$	$0 < x < \infty$

Tretman nula

Tretman nula je važno pitanje koje treba razrešiti pre modeliranja raspodela i primene testova. Iz poslednje kolone Tabele 7 se vidi obe odabrane raspodele definisane samo za pozitivne vrednosti promenljive (ne i za $x=0$). Jedan od mogućih načina za rešavanje ovog problema koji se veoma često koristi je metod koji su predložili Jennings & Benson (1969), a koji se zasniva na primeni teoreme totalne verovatnoće:

$$H(x) = q + (1-q) \cdot F(x) \quad (2)$$

Ovde je $H(x)$ - funkcija raspodele za ceo niz, $F(x)$ - funkcija raspodele samo za $x > 0$, a q - verovatnoća da je $x=0$, koja se računa se kao odnos broja nula (m) i ukupnog broja podataka (N), odnosno po jednačini: $q = m/N$.

Ako se u jednačini (2) $H(x)$ izrazi preko povratnog perioda, kao $H(x) = 1 - 1/T$ (gde je T - povratni period u godinama) i reši po $F(x)$, dobija se:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{T(1-q)} \quad (3)$$

Preko jednačine (3) mogu se izračunati kvantili određenog povratnog perioda.

U slučaju postojanja nula, za marginalne raspodele je bitno pitanje koja je verovatnoća (ili povratni period) najniže linije kvantila koja se može odrediti iz jednačine (3). To pitanje je naročito važno kod definisanja dnevnog promenljivog praga u analizi suša. Praktično, treba proveriti kada je ispunjen uslov $F(x) > 0$ (Bulu, 1998), odnosno utvrditi za koje povratne periode važi:

$$T > 1/(1-q) \quad (4)$$

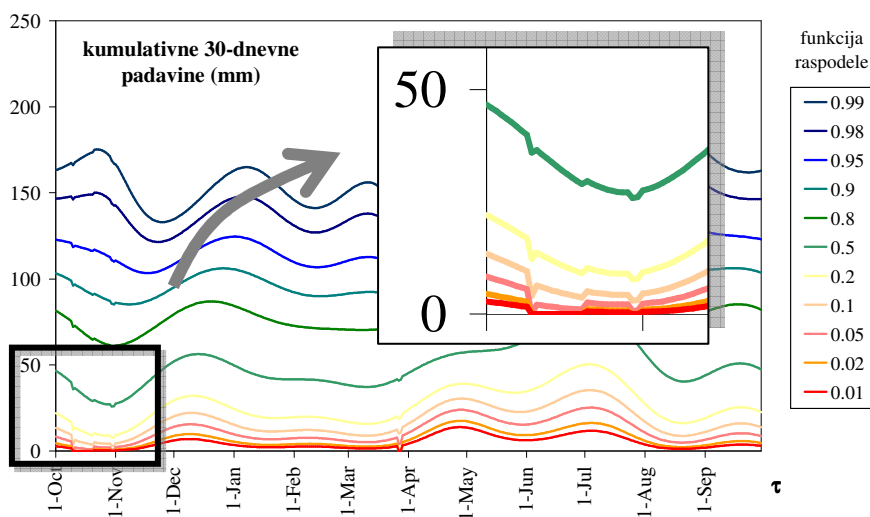
Iz poslednje kolone Tabele 2 se vidi da je na prostoru Srbije (za 25 reprezentativnih meteoroloških stanica), najveći broj nula koji se može pojaviti u nekom nizu kumulativnih 30-dnevnih padavina $m=2$, tako da je $q_{max} = 2/30$. To znači da se ne može izračunati vrednost promenljive koja ima povratni period manji od $T=1,0714$ godina, odnosno da je najniža linija kvantila koja se može definisati odgovara verovatnoći $H(x) = 0,1$, što bi moglo biti prihvatljivo.

Strogo uzevši, prikazani postupak za tretman nula trebalo bi primeniti na svim stanicama za kumulativne 30-dnevne padavine, za sve datumske nizove kod kojih

se pojavljuju nule, kao i za stanicu Zrenjanin za 60-dnevne padavine za jedan datum.

Slika 6 prikazuje kvantile marginalnih raspodela W2 za kumulativne 30-dnevne padavine na stanici Beograd. Linije kvantila određene verovatnoće pojave prikazane su različitim bojama. Za neke datume u toku godišnjeg ciklusa marginalne raspodele su određene tako što su parametri W2 raspodela računati preko "skraćениh" nizova, bez nula, a kvantili su određeni preko jednačina (3) i jednačine za inverznu funkciju raspodele (Tabela 7). Ovakav postupak je proizveo "testeraste" linije kvantila zato što se za datume u kojima ima zabeleženih nula pojavljuju skokovi. Na slici je uvećan

jedan deo dijagrama da bi se to bolje videlo. Gledano sa praktične strane pojava skokova na linijama kvantila je nepoželjna, tako da bi bilo potrebno ponovo "uglačati" dijagrame. S obzirom na to, kao i na činjenicu da veličina skokova gledano u odnosu na razmeru dijagrama nije značajna, pošto ni procenat nula u odnosu na referentni period nije veliki (najviše 2 od 30 podataka), zaključeno je da se može zanemariti prisustvo nula u pojedinim nizovima. Imajući prethodno u vidu, parametri raspodela W2 i G2 su i za 30-dnevne kumulativne padavine određeni isto kao i za 60 i 90-dnevne, (preko kompletnih datumskih nizova, zanemarujući činjenicu da ponegde ima nula).



Slika 6. Kvantili marginalnih raspodela tipa W2 za kumulativne 30-dnevne padavine za Beograd

Rezultati primene PPCC testa

Za jednoparametarske i dvoparametarske raspodele (sa fiksnim parametrom oblika) statistika r iz PPCC testa ne zavisi od parametara raspodele, pa tako ni od metode kojom su oni određeni (Vogel, 1986; Vogel & Kroll, 1989). U ovoj analizi su parametri obe raspodele određeni metodom L-momenata.

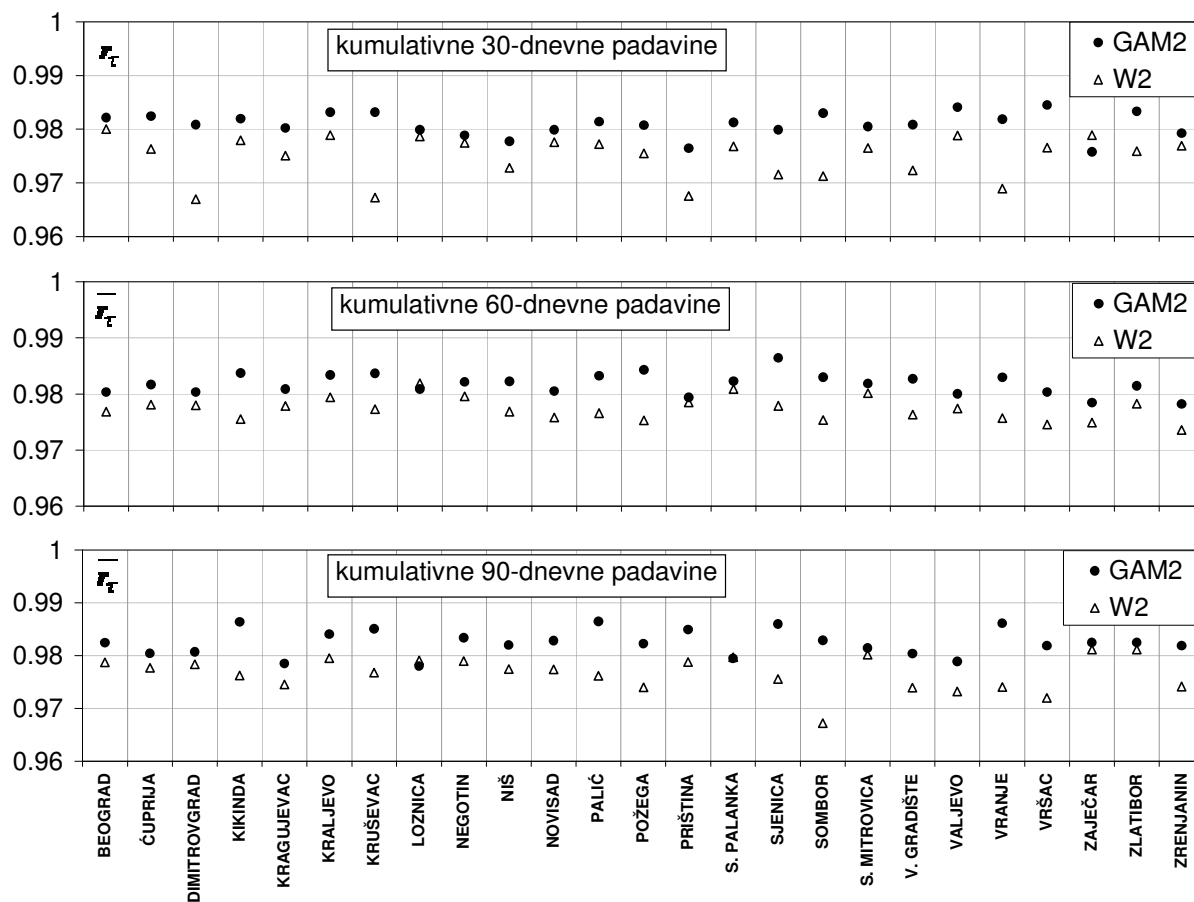
Za svaki datum u godini je izračunata po jedna vrednost PPCC statistike, r_{τ} , $\tau = 1, 2, \dots, 365$ (za svaki od 365 datuma tokom godišnjeg ciklusa postoji po jedan niz od po 30 godišnjih vrednosti iz referentnog

perioda). Raspodele su rangirane prema srednjim godišnjim vrednostima, \bar{r} , za svaku stanicu i za sve tri vremenske skale.

Slika 7 prikazuje vrednosti \bar{r} za sve odabrane stanice, za kumulativne 30, 60 i 90-dnevne padavine. Prema rezultatima PPCC testa vidi se da je dvoparametarska gama raspodela u prednosti u odnosu na W2 za sve tri vremenske skale i za skoro sve stanice:

- GAM2 je bolja za kumulativne 30-dnevne padavine kod 24 (od 25) stanica, a W2 je bolja samo za stanicu Zaječar

- Za kumulativne 60-dnevne padavine GAM2 je bolja kod 24 stanice, a W2 je neznatno bolja samo za stanicu Loznica
- Za kumulativne 90-dnevne padavine GAM2 je bolja kod 23 stanice, a W2 je malo bolja za stanice Loznica i S. Palanka.

Slika 7. Rezultati PPCC testa prema $\overline{r_\tau}$, za 25 odabranih stanica sa teritorije Srbije

Rezultati rangiranja raspodela po statistikama RMSE i MAE

Statistike MAE (srednja apsolutna greška) i RMSE (koren iz srednje kvadratne greške) mere odstupanje teorijskih vrednosti za pojedine raspodele, $w_{(i),\tau}$, od empirijskih podataka, $x_{(i),\tau}$, $i=1,2,\dots,30$. Za svaki datum u godini izračunata je po jedna vrednost za RMSE i MAE, tako da su svaku stanicu dobijeni nizovi od po 365 podataka, MAE_τ i $RMSE_\tau$, $\tau=1,2,\dots,365$.

Raspodele su rangirane prema srednjim godišnjim vrednostima, \overline{MAE} i \overline{RMSE} , za svaku stanicu i za sve tri vremenske skale.

Tabela 8 prikazuje sumarne rezultate poređenja dvoparametarske gama raspodele (GAM2) i Vejbulove (W2) raspodele prema \overline{MAE} i \overline{RMSE} . U tabeli je prikazan broj stanica kod kojih je najbolja GAM2, odnosno W2 raspodela.

Tabela 8. Broj stanica kod kojih je najbolja GAM2, odnosno W2, prema \overline{MAE} i \overline{RMSE} .

vremenska skala za kumulativne padavine (dani)	MAE		RMSE	
	GAM2	W2	GAM2	W2
30-dnevne	5	20	4	22
60-dnevne	14	11	16	9
90-dnevne	22	3	22	3

Sudeći po rezultatima dobijenim prema \overline{MAE} i \overline{RMSE} , raspodela W2 je bolja za 30-dnevne padavine, ali sa porastom vremenske skale raste broj stanica za koje je bolja GAM2. Gama raspodela je bolja na više od polovine stanica za 60-dnevne padavine, a na skoro svim za 90-dnevne.

Iako je za kumulativne 30-dnevne padavine GAM2 lošija od W2 prema rezultatima prikazanim u Tabeli 8, treba uporediti i relativne iznose grešaka. Npr. GAM2 ima najgori rezultat za stanicu Valjevo, ali u relativnom iznosu, u odnosu na rezultate raspodele W2, razlika je samo oko 6% prema \overline{MAE} , a 7% prema \overline{RMSE} . Kako raste vremenska skala, polako raste i razlika između rezultata, s tim što je kod kumulativnih 60 i 90-dnevnih padavina najveća razlika za jednu stanicu u korist GAM2. Za kumulativne 60-dnevne padavine W2 ima najgori rezultat za stanicu Sjenica (oko 13% veća greška prema \overline{MAE} , a 12% prema \overline{RMSE}). Kod kumulativnih 90-dnevnih padavina, za stanicu Sombor, W2 ima oko 26% veću grešku od GAM2 prema \overline{MAE} , a 27% prema \overline{RMSE} .

Na osnovu svega navedenog nameće se zaključak da je, po kriterijumima MAE i RMSE i ukoliko se želi usvojiti jedinstvena raspodela na regionalnom nivou i za sve tri vremenske skale, *dvoparametarska gama raspodela, najprihvatljivija za marginalne raspodele na svim odabranim stanicama.*

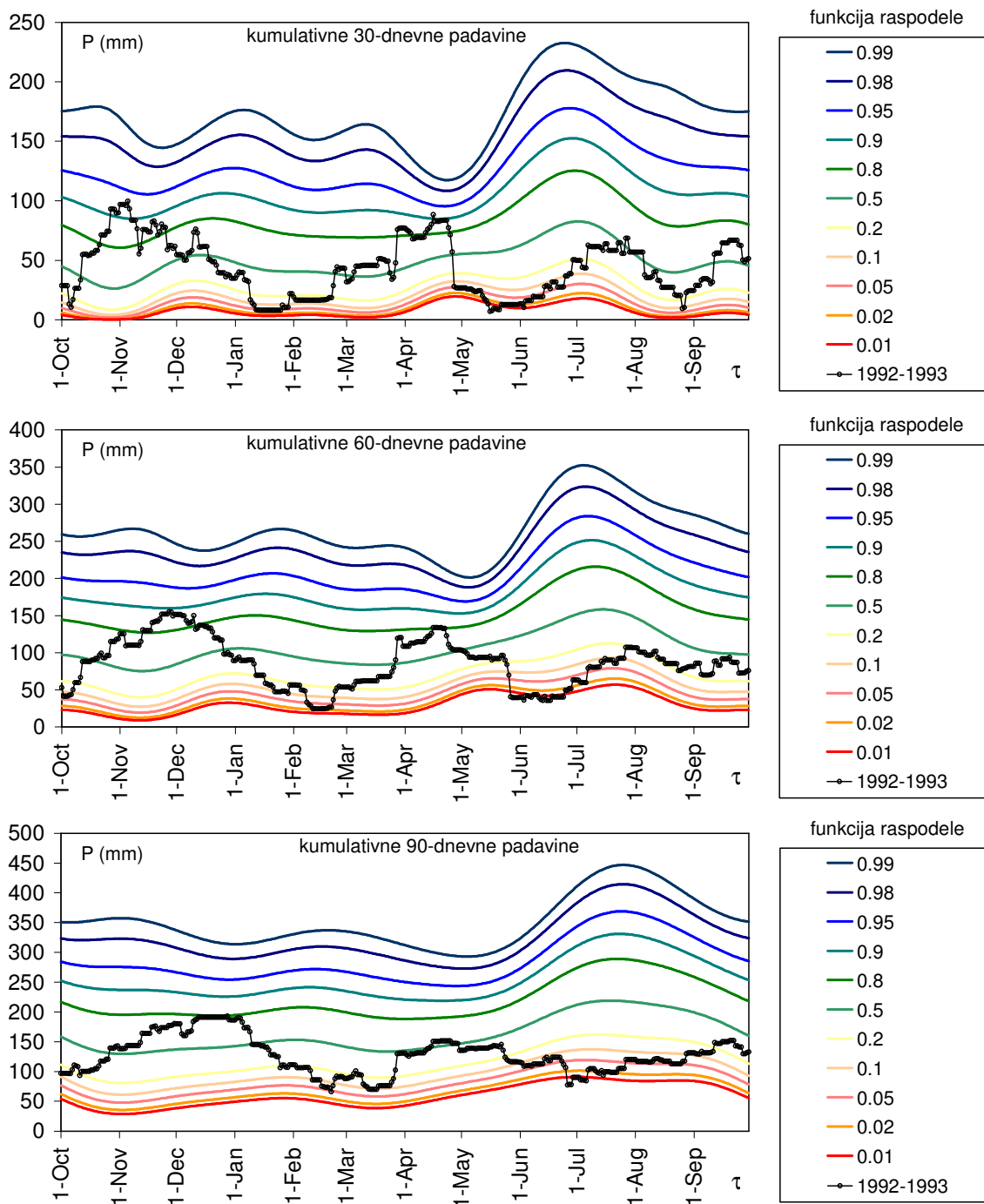
Za usvojenu GAM2 raspodelu, kao krajnji rezultat modeliranja, dobijaju se glatke funkcije kvantila. To ilustruju rezultati prikazani na Slici 8 (za sve tri vremenske skale). Na slici su prikazane i linije odgovarajućih kumulativnih padavina registrovanih na istoj staci tokom jedne sušne hidrološke godine.

ZAKLJUČCI

Osnovni cilj ove analize je da se na regionalnom planu definiše raspodela verovatnoće koja će najbolje opisivati datumske serije kumulativnih dnevnih padavina na 25 odabranih stanica sa područja Srbije. U analizama vezanim za preliminarni izbor raspodela, kao i za proračun parametara odabranih kandidata je korišćena metodologija L-momenata (Hosking, 1990).

Rezultati analize su sledeći:

- Vremenske skale za klizne dnevne sume padavina određene su na bazi analize maksimalnih dužina sušnih perioda kod odabranih stanica, vodeći računa da ta skala za različite periode sumiranja približno odgovara mesečnom ili višemesečnom nivou sumiranja ($k \times 30$ dana, $k=1,2,3$). Usvojene vremenske skale od 30, 60 i 90 dana približno odgovaraju skalama za SPI od 1, 2 i 3 meseca.
- Preliminarna analiza i izbor nekoliko kandidata za marginalne raspodele je urađena na bazi dijagrama L-momenata (L-Cs i L-Ck) i (L-Cs i L-Cv). Dijagrami L-momenata su izdvojili GEV, P3 i W3 od dvoparametarskih i W2, GAM2 i GPA2 od dvoparametarskih raspodela.
- Pre primene testova saglasnosti razmatrana je prihvatljivost raspodela sa stanovišta prirode modeliranih fizičkih procesa. Ispostavilo se da su GEV, W3 i P3 modeli produkovali marginalne raspodele koje imaju kvantile verovatnoće 0,01 koji su manji od nule barem u nekom periodu tokom godine, za sve tri vremenske skale. GPA2 ima vrlo nisku gornju granicu, ispod linije zabeleženih maksimuma. Dalje su analizirane samo raspodele W2 i GAM2.
- Zbog toga što serije datumskih nizova 30-dnevnih kumulativnih padavina sadrže i nule, posebno je razmatran problem tretmana nula. Primenjeni metod proračuna funkcije raspodele preko uslovnih verovatnoća je proizveo dijagrame marginalnih raspodela koji imaju skokove u periodima sa nulama. S obzirom na to da broj datumskih nizova u kojima se pojavljuju nule nije veliki, kao i na to da nije veliki ni procenat nula u njima, zaključeno je da, gledano sa praktične strane, treba izbeći "uglašavanje" dijagrama marginalnih raspodela. Parametri raspodela su računati zanemarujući činjenicu da u nizovima ima nula.
- Konačan izbor raspodele napravljen na bazi poređenja PPCC, MAE i RMSE statistika. Testovi su pokazali da, ako se posmatra regionalno, i želi primeniti ista (samo jedna) raspodela treba odabrati raspodelu GAM2 za definisanje marginalnih raspodela za sve tri odabrane vremenske skale za stanice sa područja Srbije.



Slika 8. Kvantili marginalnih raspodela tipa GAM2 za kumulativne 30, 60 i 90-dnevne padavine za Beograd i linija zabeleženih kumulativnih padavina za sušnu hidrološku godinu 1992-1993

ZAVRŠNE NAPOMENE

Ovaj rad predstavlja deo rezultata kontinualnih napora autora da promovišu, unaprede i popularišu metodu strukturne analize dnevnih hidroloških i meteoroloških serija čiji je idejni tvorac Profesor Vujica Jevđević.

Na širem planu novitet predstavlja najpre *primena strukturne analize na kumulativne sume dnevnih padavina*, a sa druge strane sistematičnost istraživanja *regionalno najprihvatljivijih marginalnih raspodela za kumulativne sume dnevnih padavina*.

Na nacionalnom planu novitet svakako predstavlja *primena metode L-momenata* za ocenu parametara, kao i *primena dijagrama L-momenata* (L-Cv i L-Cs za dvoparametarske, odnosno L-Ck i L-Cs za troparametarske raspodele) za preliminarni odabir mogućih raspodela. Uz vizuelnu inspekciju dijagrama primenjeni su i numerički pokazatelji mogućnosti određene raspodele da aproksimira empirijske podatke. Novinu predstavlja i pristup primenjen za rangiranje mogućih raspodela na regionalnom planu. Ovde je pored primene tri statistike (PPCC, RMSE i MAE) posebna pažnja posvećena fizičkoj interpetaciji karakteristika analiziranih raspodela (bazirana na analizi „repova“ raspodela) i to u svetlu mogućih primena strukturne analize padavina.

U okviru prikaza opšte metodološke sheme ukazano je i na moguće oblasti primene strukturne analize padavina. Zbog ograničenog obima članka primene će biti prikazane u posebnim radovima.

LITERATURA

- [1] Bulu A., 1998: Statistical Tehniques in Low Flow Hydrology. Proc. Low Flows Expert Meeting, Belgrade, Yugoslavia, FRIEND UNESCO IHP-V Project.
- [2] Hosking J.R.M., 1990: Analysis and Estimation of distributions Using Linear Combinations of Order Statistics. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), Vol. 52, No. 1, pp. 105-124.
- [3] Jennings M.E. & Benson M.A., 1969: Frequency Curves for Annual Flood Series with Some Zero Events or Incomplete Data. Water Resources Research, Vol. 5, No. 1, pp. 276-289.
- [4] Kroll C.N. & Vogel R. M., 2002: Probability distribution of Low Streamflow Series in the United States. Journal of Hydrologic Engineering, ASCE 7(2), pp. 137-146.
- [5] Mihailović V., 2003: Analiza dnevnih proticaja u cilju najave poplava i suša. Magistarski rad, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- [6] Mihailović, V. & Radić Z. M., 2006: Structure of Daily Hydrologic Series in Serbia and Northern Mediterranean. Proc. BALWOISE 2006 Conference, Ohrid, FYR Macedonia
- [7] Radić Z. M. & Mihailović V., 2006a: Development of Drought monitoring System for Serbia. Proc. BALWOISE 2006 Conference, Ohrid, FYR Macedonia
- [8] Radić Z. M. & Mihailović V., 2006b: Teorijske osnove i proširenje oblasti primene strukturne analize dnevnih hidroloških serija. Vodoprivreda, 219-221, pp.3-22.
- [9] Radić Z. M. & Mihailović V., 2010: Marginalne raspodele dnevnih proticaja na reprezentativnim profilima u Srbiji. Predato za štampu časopisu Vodoprivreda.
- [10] Sankarasubramanian A. & Srinivasan K., 1999: Investigation and comaprison of sampling properties of L-moments and conventional moments, Journal of Hydrology, 218, pp. 13-34.
- [11] Vogel R.M., & Kroll C.N., 1989: Low-flow Frequency Analysis Using Probability-plot Correlation Coefficients. Journal of Water Resources Planning and Management, vol. 115, No. 3, pp. 338-357.
- [12] Yevjevich V., 1984: Structure of Daily Hydrologic Series. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, U.S.A.
- [13] Yue S. & Wang C.Y. 2004: Possible Regional Probability Distribution Type of Canadian Annual Streamflow by L-moments. Water Resources Management 18, pp. 425-438.

MARGINAL DISTRIBUTIONS OF DAILY PRECIPITATION IN SERBIA

by

Vladislava MIHAILOVIC* and Zoran M. RADIC**

* Faculty of Forestry University of Belgrade

** Faculty of Civil Engineering University of Belgrade

Summary

This paper presents a part of results of the continuous efforts of the authors to promote, improve and popularize structural analyses of daily hydrological and meteorological series, first introduced by professor Vujica Yevjevich

The main objectives of this paper are: (1) to present a new method which allows the same approach to both meteorological and hydrological series analyses; (2) to determine, in a systematical and objective way, which is the best fitting distribution to describe marginal distributions of cumulative daily rainfall on 25 climatological stations in Serbia for reference period 1961-1990. As precipitation series are discrete stochastic series (with a lot of zero daily values), for the droughts analyses is common to use cumulative rainfall values. In this study cumulative rainfall for past 30, 60 and 90 days (updated daily) are analyzed.

The ability of various two and three-parameter probability distributions to describe marginal distributions of cumulative daily precipitation series, and preliminary selection of candidate distributions was performed using L-moment diagrams. Further analysis has shown that neither of three-parameter distributions are suitable for modeling marginal distributions of cumulative daily precipitation over given range of time scales. Among two-parameter models, rival candidate distributions were gamma (GAM2) and Weibull (W2) distributions. The results of performed goodness of fit tests, (the mean absolute deviation - MAD, the root mean square deviation - RMSD and probability plot correlation coefficient - PPCC), showed that the most suitable model is GAM2.

Key words: stochastic hydrology, meteorology, daily precipitation, L-moments, marginal distributions, goodness of fit tests.

Redigovano 03.07.2010.