

STATISTIČKA ANALIZA MAKSIMALNIH KRATKOTRAJNIH KIŠA METODOM GODIŠNJIH EKSTREMA

Dragutin PAVLOVIĆ, Vojislav VUKMIROVIĆ
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

REZIME

Analiza je data za jednu pluviografsku stanicu. Prikazane su najčešće primenjivane teorijske funkcije raspodele i naglašeni domeni njihove primene. Predložena identifikacija i zamena izuzetaka je prema američkim i australijskim iskustvima. Insistirano je na konceptu analize verovatnoće pojave visine padavina i analizi neravnomernosti intenziteta padavina tokom trajanja kiše. Za opis verovatnoće oblika kiše korišćena je beta raspodela. Na kraju je naglašena potreba regionalne analize maksimalnih kratkotrajnih kiša i izloženi su elementi neophodni da bi se ista realizovala.

Ključne reči: obrada kiša, pluviografski zapis, metoda godišnjih maksimuma, teorijske funkcije raspodele

1. UVOD

Poznavanje karakteristika jakih kratkotrajnih kiša značajno je pri projektovanu i izgradnji sistema za odvođenje atmosferskih voda iz naselja, sa poljoprivrednih površina i saobraćajnica, pri dimenzionisanju propusta na mestima ukrštanja vodotoka i saobraćajnica i drugim hidrotehničkim radovima. Osnovne podloge o kišama kratkog trajanja predstavljaju podaci osmatranja na kišomernim stanicama sa pluviografom. Za obradu tih podataka neophodna je statistička analiza. Prvu objavljenu obradu obavila je Katarina Milosavljević (1952) metodom brojanja. Zasluga za primenu metode godišnjih maksimuma pri analizi jakih kratkotrajnih kiša pripada Nenadu Đorđeviću (1979). U ovom radu prikazuju se iskustva sa primenom metode godišnjih maksimuma pri obradi podataka osmatranja kratkotrajnih kiša na jednoj pluviografskoj stanici.

2. OBRADA PLUVIOGRAFSKIH ZAPISA

Svrha obrade pluviografskih zapisa je prikupljanje brojčanih podataka za statističku analizu jakih kiša određenog, deklarisanog, trajanja D . Obrada zapisa se obavlja očitavanjem visine kiše na karakterističnim prelomnim tačkama pluviografskog zapisa. Te prelomne tačke predstavljaju trenutke kada je došlo do promene intenziteta kiše. Podaci obrade se digitalizuju i organizuju u baze podataka kako bi se omogućila efikasna računarska statistička analiza. Moderni pluviografi ne koriste papirnu traku, već podatke o sumarnim padavinama čuvaju digitalno, na memorijskim medijumima. Principi obrade takvih podataka su nešto drugačiji, ali konačni rezultat, a to su visine kiša određenih trajanja, mora biti isti. Za potrebe statističke analize, visina kiše se iskazuje za sledeća deklarisanog trajanja kiše, $D = 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90$ minuta i $2, 3, 6, 9, 12, 18$ i 24 sata.

2.1. Procedura određivanja visina kiša deklarisanog trajanja D

Visina kiše određenog trajanja D je promenljiva sa trajanjem manjim ili jednakim T (naglašava se da je D oznaka kojom se naziva deklarisanog trajanje kiše u smislu potreba statističke obrade). To znači da za kraća trajanja D (od 5 do 60 minuta) visina kiše predstavlja maksimalnu vrednost koja padne u intervalu D minuta, a da stvarna kiša trajanja T može padati i pre intervala D kao i u vremenu koje neposredno sledi iza njega (dakle $T \geq D$). To takođe znači da se pri minutnim trajanjima kiše uzima maksimalna vrednost iz jedne kišne epizode trajanja T . Pod kišnom epizodom trajanja T podrazumeva se vremenski period u kome kiša može padati sa prekidima, ali da ti prekidi ukupnog trajanja T_p ne traju dvostruko duže od vremena efektivnog padanja kiše T_k ($T = T_p + T_k$; $T_p \leq 2T_k$). Prekid se definiše kao vremenski interval kada nema kiše ili kada pada intenzitetom manjim od 0.1 mm/h.

Tabela 1: Bazne vrednosti za izabrana trajanja kiše.

trajanje kiše D	minuti									sati					
	5	10	15	20	30	45	60	90	2	3	6	9	12	18	24
P_b [mm]	2	3	3	4	4	5	5	6	7	7	8	9	10	11	12

Pri časovnim trajanjima kiše, visina kiše deklarisanog trajanja D sati, predstavlja količinu padavina u vremenskom periodu D , što znači da se beleži visina koja je zapisana na pluviografu bez obzira da li je kiša padala tokom celokupnog perioda D ili tokom vremena manjeg od D (odnosno $T_k \leq D$) bez obzira na trajanje prekida T_p tokom deklarisanog intervala trajanja kiše D .

2.2. Pojam baznih vrednosti

Za statističku analizu maksimalnih kratkotrajnih kiša potreban je višegodišnji pregled podataka o svim kišama čije su visine veće od baznih vrednosti. Karakteristične bazne vrednosti, u funkciji trajanja kiše D , navedene su u tabeli 1.

Za planinska područja predlažu se bazne vrednosti veće za 1 mm od onih navedenih u tabeli 1. Ukoliko u nekoj godini nema nijedne vrednosti veće od bazne vrednosti, u višegodišnji pregled se obavezno upisuje maksimalna kiša određenog trajanja D , koja je registrovana u toj godini.

3. METODA GODIŠNJIH MAKSIMUMA

Metoda godišnjih maksimuma zasnovana je na analizi osmotrenih maksimuma u svakoj godini (jedan podatak godišnje) tokom višegodišnjeg perioda osmatranja (N godina). Najpre se obavlja kontrola podataka osmatranja, testiranje homogenosti, testiranje nezavisnosti elemenata uzorka i testiranje cikličnosti. Zatim se uređivanjem svih podataka po veličini, obrazuje statistički niz realizacija slučajne promenljive X (maksimalnih padavina određenog trajanja D).

$$X : \begin{matrix} x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_N \\ x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{i-1} \leq x_i \leq x_{i+1} \leq \dots \leq x_N \end{matrix} \quad (1)$$

Cilj analize je da se odredi verovatnoća pojave proučavane veličine. To se može postići nalaženjem funkcije raspodele:

$$F(x) = P\{X \leq x\}, \quad x \in R \quad (2)$$

jer je funkcija raspodele $F(x)$ potpuna karakteristika raspodele. To znači da se sve vrednosti slučajne promenljive X koje su od interesa mogu dobiti iz

poznate, odnosno statistički pouzdano pretpostavljene funkcije raspodele.

U praksi se koristi pojam povratnog perioda $R(x)$ koji je za maksimume definisan sledećim izrazom:

$$R(x) = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (3)$$

Primena metode godišnjih ekstrema sastoji se iz nekoliko osnovnih koraka:

- određuje se empirijska funkcija raspodele,
- proračunavaju se numerički pokazatelji statističkog niza (sredina, srednje kvadratno odstupanje, koeficijent varijacije, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti, itd).
- određuju se parametri izabranih teorijskih funkcija raspodele,
- testira se saglasnost teorijskih i empirijske funkcije raspodele.

Empirijska raspodela $S_N(X)$ predstavlja verovatnoću da će se u uzorku obima N javiti i elemenata sa vrednošću $x_i \leq X < x_{i+1}$:

$$S_N(X) = \begin{cases} 0 & ; X < x_1 \\ \frac{i}{N} & ; x_i \leq X < x_{i+1} \end{cases} \quad (4)$$

U praksi se empirijska raspodela aproksimira formulama kompromisne verovatnoće.

Teorijska funkcija raspodele izražava se sa:

$$F(x; a, b, c, \dots) = P\{X \leq x\}, \quad x \in R \quad (5)$$

i njen oblik zavisi od parametara a, b, c, \dots .

Primena teorijskih funkcija raspodele pruža mogućnost da se empirijske raspodele ekstrapoluju pomoću objektivnih statističkih metoda.

3.1. Teorijske funkcije raspodele

Troparametarska gama raspodela

Uopštena gama raspodela (troparametarska gama, Kritski-Menkelj) ima funkciju gustine raspodele (sa parametrima μ, a i k) u obliku:

$$f(x) = \frac{a \Gamma_1^k}{\mu^k \Gamma_0^{k+1}} x^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{\Gamma_1}{\mu \Gamma_0} \right)^a \left(\frac{x}{\mu} \right)^a \right]; x \in R_+ = (0, +\infty) \quad (6)$$

Statistike troparametarske gama raspodele su:

- srednja vrednost μ ,
- koeficijent varijacije $C_V = \sqrt{\frac{\Gamma_0 \Gamma_2}{\Gamma_1^2} - 1}$, (7)

- koeficijent asimetrije $C_S = \frac{\Gamma_0^2 \Gamma_3 - 3\Gamma_0 \Gamma_1 \Gamma_2 + 2\Gamma_1^3}{(\Gamma_0 \Gamma_2 - \Gamma_1^2)^{3/2}}$ (8)

gde su $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2$ i Γ_3 gama funkcije parametara k i a prema izrazima

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \Gamma\left(\frac{k}{a}\right) & \Gamma_1 &= \Gamma\left(\frac{k+1}{a}\right) \\ \Gamma_2 &= \Gamma\left(\frac{k+2}{a}\right) & \Gamma_3 &= \Gamma\left(\frac{k+3}{a}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

Na slici 1 za troparametarsku gama raspodelu predstavljena je zavisnost odnosa C_S/C_V u funkciji koeficijenta varijacije C_V za vrednosti odnosa parametara k/a od 0.05 do 20 (pune linije) i parametra $1/a$ od 0.1 do 3.0 sa korakom 0.1 (tanke linije). Primena troparametarske gama raspodele preporučuje se za vrednosti parametra a u oblasti $0.1 < a < 10$.

Troparametarska Weibull-ova raspodela

Troparametarska Weibull-ova raspodela (ograničena eksponencijalna), sa parametrima a, b i c , nastaje iz troparametarske gama raspodele kao poseban slučaj za vrednosti parametara $k = a$ i sa uvođenjem parametra lokacije (pomaka) $c \geq 0$:

- funkcija gustine raspodele

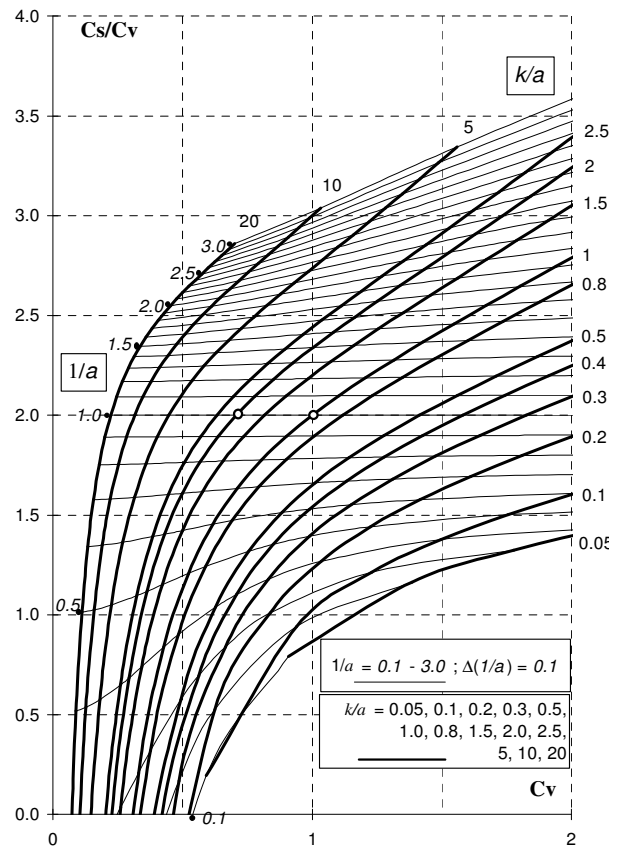
$$f(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x-c}{b} \right)^{a-1} \exp \left[- \left(\frac{x-c}{b} \right)^a \right] \quad (10)$$

- funkcija raspodele

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-c}{b} \right)^a \right] \quad (11)$$

Primena ove raspodele pogodna je jer se kvantili mogu direktno izračunati preko funkcije raspodele:

$$x(F) = c + b \left[\ln \left(\frac{1}{1-F} \right) \right]^{1/a} \quad (12)$$



Slika 1. Zavisnost odnosa C_S/C_V od koeficijenta varijacije C_V za troparametarsku gama raspodelu.

Statistike raspodele su:

- srednja vrednost $\mu = c + b \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right)$ (13)

- standardna devijacija $\sigma = b \sqrt{\Gamma \left(1 + \frac{2}{a} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{a} \right)}$ (14)

- koeficijent asimetrije $C_S = \frac{\Gamma \left(1 + \frac{3}{a} \right) - 3\Gamma \left(1 + \frac{2}{a} \right) \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right) + 2\Gamma^2 \left(1 + \frac{1}{a} \right)}{\left[\Gamma \left(1 + \frac{2}{a} \right) - \Gamma \left(1 + \frac{1}{a} \right) \right]^2}$ (15)

Pearson III raspodela

Pearsonova raspodela III tipa može se tumačiti kao poseban slučaj troparametarske gama raspodele. Ako se u troparametarskoj gama raspodeli uzme da je parametar $a=1$, dobija se dvoparametarska gama

raspodela. Linearnom transformacijom dvoparametarske gama raspodele, uvođenjem parametra lokacije $c > 0$, dobija se Pirsonova raspodela III tipa. Njena funkcija gustine raspodele je (sa parametrima a, b i c):

$$f(x) = \frac{1}{|b|\Gamma(a)} \left(\frac{x-c}{b}\right)^{a-1} \exp\left(-\frac{x-c}{b}\right) \quad (16)$$

i definisana je za $c \leq x < +\infty$. Funkcija raspodele je u obliku:

$$F(x) = \frac{1}{|b|\Gamma(a)} \int_c^x \left(\frac{u-c}{b}\right)^{a-1} \exp\left(-\frac{u-c}{b}\right) du \quad (17)$$

Statistike se izračunavaju prema izrazima:

• srednja vrednost $\mu = ab + c$, (18)

• standardna devijacija $\sigma = b\sqrt{a}$, (19)

• koeficijent asimetrije $C_S = 2/\sqrt{a}$. (20)

Logaritamska Pearson III raspodela

Iz Pearson III raspodele pomoću transformacije slučajne promenljive X :

$$Y = \ln X \quad (21)$$

dobija se logaritamska Pearson III tipa raspodela (LPIII). Tada je slučajna veličina X raspoređena prema funkciji gustine raspodele, sa parametrima a, b i c , u obliku:

$$f(x) = \frac{1}{|b|x\Gamma(a)} \left(\frac{\ln x - c}{b}\right)^{a-1} \exp\left(-\frac{\ln x - c}{b}\right) \quad (22)$$

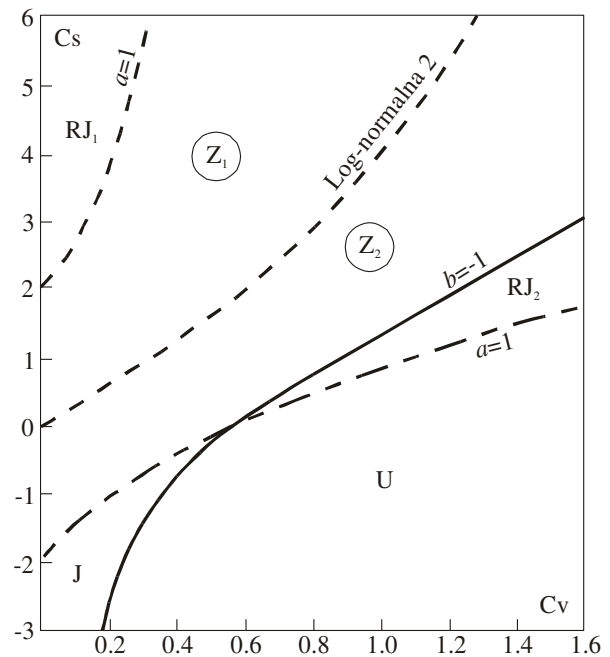
Funkcija raspodele se izražava sa:

$$F(x) = \frac{1}{|b|\Gamma(a)} \int_c^x \frac{1}{u} \left(\frac{\ln u - c}{b}\right)^{a-1} \exp\left(-\frac{\ln u - c}{b}\right) du \quad (23)$$

U zavisnosti od vrednosti parametara a, b , i c (kako su pokazali Bobee, 1975 i Rao, 1980), funkcija gustine raspodele ima različite oblike: zvonasti (unimodalni), U-oblik, J-oblik i obrnuti J-oblik.

Oblasti različitih oblika gustine LPIII raspodele prikazane su na slici 3, u zavisnosti od vrednosti C_s i C_v , redom koeficijenta asimetrije i koeficijenta varijacije. Zvonasti oblik gustine raspodele javlja se u oblastima Z_1 i Z_2 , koje su ograničene linijom za vrednosti parametra $b=0$ i koeficijenta asimetrije $C_s=0$. Ova granična linija odgovara dvo-parametarskoj log-normalnoj raspodeli. U tabeli 2 navedene su zone definisanosti parametara a i b za pojedine oblasti prikazane na slici 3. Kajt (Kite,

1977) smatra da samo zvonasti unimodalni oblik gustine LPIII raspodele zadovoljava zahteve analize verovatnoće pojave hidroloških slučajnih veličina. Ako se ovaj kriterijum prihvati za definiciju oblasti primenljivosti LPIII raspodele, njemu odgovaraju vrednosti parametara $a < 1$ i $b < -1$. Ta oblast primene nazvana je U oblast po obliku funkcije gustine rapodele.



Slika 3. Oblasti različitih oblika gustine logaritamske Pearson III raspodele.

Tabela 2. Zone definisanosti parametara a i b .

Oblast	Parametar a	Parametar b
Z_1	$a > 1$	$b > 0$
Z_2	$a > 1$	$-1 < b < 0$
U	$a < 1$	$b < -1$
J	$a < 1$	$-1 < b < 0$
RJ_1	$a < 1$	$b > 0$
RJ_2	$a > 1$	$b < -1$

Izbor odgovarajuće teorijske funkcije raspodele

Za odabranu teorijsku funkciju raspodele potrebno je da se odrede parametri raspodele. Parametri raspodele određuju se na osnovu osmotrenog niza. Pri tome se najčešće koriste:

- metoda momenata,
- metoda težinskih momenata,
- metoda maksimalne verodostojnosti.

Saglasnost teorijske i empirijske funkcije raspodele testira se pomoću:

- χ^2 testa,
- testa Kolmogorova,
- $N\omega^2$ testa,
- testa koeficijentata korelacije između teorijske raspodele i kompromisne verovatnoće PPCC (Probability Plot Correlation Coefficient).

3.2. Identifikacija i ublažavanje uticaja izuzetaka

Izuzeci ili izuzetne vrednosti su podaci koji značajno odstupaju od trenda ostalih podataka. Ova odstupanja mogu biti takva da su neke vrednosti znatno manje u odnosu na karakter ostalih podataka, pa ih zovemo donji izuzeci, ili da su vrednosti znatno veće, pa ih zovemo gornji izuzeci. Zadržavanje, modifikacija ili izostavljanje ovih vrednosti može značajno da utiče na statističke parametre izračunate na osnovu podataka, posebno kada su u pitanju uzorci male dužine (statistički kratak period osmatranja). Sve procedure za tretiranje izuzetaka obavezno zahtevaju analizu kvaliteta izvršene korekcije. Ovde ćemo se baviti vrednostima koje imaju karakter gornjih izuzetaka, tj. koje su značajno veće od ostale mase podataka.

O poreklu izuzetaka - hidrološka razmatranja

Sve metode za tretiranje izuzetaka zahtevaju ocenu koja obuhvata kako hidrometeorološka tako i statistička razmatranja. Postoje četiri tipa uzroka koji dovode do gornjih izuzetaka u nizu vrednosti neke hidrometeorološke veličine.

Prva je **greška u podacima**. U svim slučajevima kada postoji sumnja u postojanje izuzetaka treba pažljivo ispitati moguće greške u prikupljanju i obradi podataka i izvršiti korekcije ukoliko je to moguće.

Drugi uzrok su **promene u slivu** koje su mogle da izazovu ekstremni događaj. To se može utvrditi testom homogenosti. Uzrok mogu biti požari na slivu, urbanizacija, seča vegetacije, izgradnja brana, itd. Rešenje za ispravku se može tražiti u korekciji podataka tako da postanu homogeni sa ostatkom podataka iz uzorka.

Treći uzrok je da ekstremni događaji imaju mnogo **veći povratni period** u odnosu na njima po vrednosti najbliže događaje u zapisu.

Četvrti uzrok mogu biti i **netipični fenomeni** koji se razlikuju od onih koji su izazvali događaje predstavljene ostalim podacima.

Slično se može navesti i za donje izuzetke, gde treba naglasiti da oni značajno mogu da utiču na oblik teorijske funkcije raspodele kojom se prilagođavaju opaženi podaci, naročito u zonama vrednosti velikih povratnih perioda.

Statistički testovi za identifikaciju izuzetaka

Drugi element u proceduri za identifikaciju i tretman izuzetaka su statistički testovi. U Sjedinjenim Američkim Državama (Bulletin #17B, 1982), posle značajnih i obimnih testiranja raznih metoda na podacima sa preko 300 osmatračkih stanica, prihvaćen je test Grubbs-a i Beck-a (1972). Ovaj test je jednostavan za primenu. Test je takođe prihvaćen u Australiji (ARR, 1987) uz modifikacije vezane za specifičnosti australijskog kontinenta.

Po australijskoj proceduri gornji izuzetak se otkriva sledećim izrazom koji daje gornju granicu čije prevazilaženje određuje izuzetak:

$$Y_g = M + \beta K_N S \quad (24)$$

gde je Y_g granična vrednost za gornji izuzetak, M srednja vrednost niza logaritama ekstremnih vrednosti (bez nula i veoma malih kiša i prethodno određenih izuzetaka), S standardna devijacija niza logaritama ekstrema, K_N je vrednost faktora verovatnoće, koji se za prag značajnosti 10% može izračunati po formuli (Pilon i dr. 1985):

$$K_N \cong -3.62201 + 6.28446N^{1/4} - 2.49835N^{1/2} + 0.491436N^{3/4} - 0.037911N \quad (25)$$

Koeficijent β je korektivni faktor koji zavisi od koeficijenta asimetrije C_s logaritama ekstremnih vrednosti i N godina osmatranja.

Donji izuzetak su one uzoračke vrednosti koje su manje od granice Y_d gde je:

$$Y_d = M - \Theta K_N S \quad (26)$$

Vrednosti K_N predstavljaju u ovom slučaju vrednosti faktora verovatnoće za test izuzetaka sa 10% pragom značajnosti po čemu se američka metoda razlikuje od australijske metode. Faktor korekcije Θ funkcija je N broja godina osmatranja i C_s koeficijenta asimetrije, a

Tabela 3. Faktori korekcije β i Θ prema austalijskoj proceduri (ARR,1987).

		β			Θ		
		30	40	50	30	40	50
C_s [-]	N [godina] \Rightarrow						
	-2.0	0.68	0.62	0.58	1.77	1.79	1.80
	-1.0	0.76	0.73	0.71	1.37	1.37	1.36
	-0.5	0.84	0.82	0.81	1.17	1.16	1.15
	0	0.99	0.97	0.96	0.99	0.97	0.96
	+0.5	1.17	1.16	1.15	0.84	0.82	0.81
	+1.0	1.37	1.37	1.36	0.76	0.73	0.71
+2.0	1.77	1.70	1.80	0.68	0.62	0.58	

faktori K_N i S imaju isto značenje kao u definiciji gornjih izuzetaka. U tabeli 3 date su vredno-sti faktora korekcije β i Θ prema austalijskoj proceduri (ARR,1987.) u funkciji broja godina osmatranja N i koeficijenta asimetrije logaritmovanih protoka C_s .

Američka procedura je jednostavnija i osnova je gore pomenute australijske procedure. Pretpostavlja da su vrednosti logaritama slučajne promenljive normalno raspoređene. Koeficijenti β i Θ imaju vrednost 1.

Zamena izuzetaka

Postoji veliki broj načina na koji se može smanjiti uticaj izuzetaka. Po uputstvima Svetske meteorološke organizacije (WMO) iz 1981. godine to se može uraditi na sledeće načine:

1. izostavljanje izuzetaka iz uzorka,
2. zamena izuzetaka sledećom najvećom vrednošću iz iste godine iz koje je i izuzetak,

3. zamena izuzetaka vrednošću povratnog perioda 50 ili 100 godina sa neke susedne stanice ili neke iz regiona,
4. zamena izuzetaka sledećom najvećom vrednošću iz uzorka,
5. razmatranje uzroka takvog kakav jeste, tj. sa izuzetkom.

U australijskoj proceduri (ARR, 1987) daju se preporuke za tretman gornjih izuzetaka i prikazane su u tabeli 4. U ovoj tabeli postoji kolona "statistički dokaz". Ona se odnosi na prethodno navedene testove za izuzetke. Ako je "osumnjičena" vrednost za gornji izuzetak znatno iznad vrednosti Y_g to je jak statistički dokaz, ako je bliska sa gornje strane to je srednji statistički dokaz, a ako je približno jednaka statistički dokaz je slab. Ako je u pitanju vrednost iz uzorka manja od Y_d smatra se da je ona donji izuzetak.

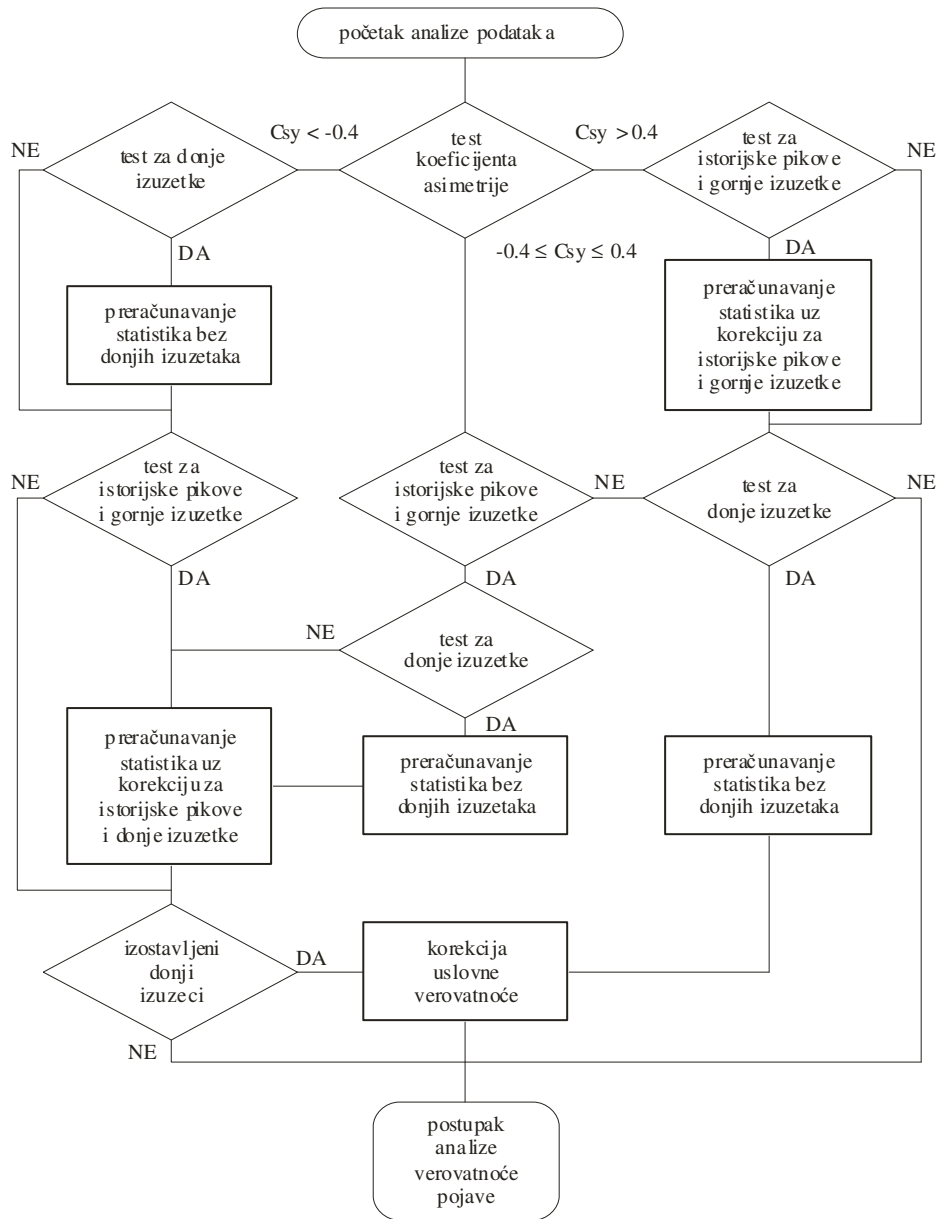
Redosled korekcija koje se izvode po američkoj i australijskoj proceduri prikazan je dijagramom toka na slici 4.

Tabela 4. Preporuke za tretman gornjih izuzetaka (ARR, 1987).

uzrok izuzetaka	statistički dokaz	prethodna saznanja o mogućnosti pojave izuzetka		
		jaka	srednja	slaba
greška u podacima	jak	I	I	I Z
	srednji	I	K Z	Z
	slab	K Z	Z	Z
promena u osobini sliva, podaci se ne mogu korigovati	jak	I	I Z	I Z
	srednji	I Z	I Z	Z
	slab	Z	Z	Z
redak događaj sa malim povratnim periodom	jak	M	I M	I
	srednji	M	M Z	M Z
	slab	M Z	Z	Z
neuobičajeni fenomeni	jak	S	S	S I
	srednji	Z S	S Z	Z I
	slab	Z	Z	Z

Oznake u tabeli znače:

I - izostaviti, Z - zadržati, K - korigovati, M - modifikovati verovatnoću, S - složena raspodela.



Slika 4: Redosled korekcija koje se izvode američkoj proceduri (Bulletin #17B, 1982) i australijskoj proceduri (ARR, 1987).

4. KARAKTERISTIKE MAKSIMALNIH KRATKOTRAJNIH KIŠA ODREĐENOG POVRATNOG PERIODA

Statistička analiza maksimalnih kratkotrajnih kiša na pluviografskim stanicama obavlja se za različita trajanja kiše *D*. Rezultati ove analize za određenu stanicu često se prikazuju zavisnošću intenzitet kiše - povratni period

- trajanje kiše (*i-T-D* krive). Ovaj pristup sugeriše konstantan intenzitet kiše tokom trajanja kiše.

Druga mogućnost je formiranje zavisnosti visina kiše - povratni period - trajanje kiše (*X-T-D* krive) sa dopunskom analizom promenljivosti intenziteta tokom trajanja kiše.

4.1. Zavisnost visine kiše određenog povratnog perioda od trajanja kiše (X-T-D)

Statističkom analizom visina kiše za različita trajanja kiše D , dobijaju se vrednosti kvantila $X_{p,D}$, odnosno za određeno trajanje kiše D visine kiše $X_{T,D}$ određenog povratnog perioda T . Za dati povratni period T , visina kiše X_T može se grafički predstaviti u funkciji trajanja kiše D . Analitički se ta zavisnost najčešće izražava:

$$X_T(D) = a_T D (D + c)^{-b} \tag{27}$$

Parametri a_T , b i c određuju se na osnovu vrednosti $X_{T,D}$ iz statističke analize nizova osmatranja. Pri tome se najčešće pretpostavlja da samo parametar a_T zavisi od povratnog perioda T , dok su b i c konstante za analiziranu kišomernu stanicu i bliski region. Ideja je da se za susedne stanice, na kojima postoje samo osmatranja pomoću kišomera, oceni parametar a_T na osnovu statističke analize maksimalnih dnevnih padavina. To bi omogućilo formiranje X-T-D zavisnosti za susedne kišomerne stanice.

U primeni ove metode pretpostavlja se da su konstantne vrednosti koeficijentata varijacije i asimetrije visine kiše X za trajanja kiše $D < 24$ sata.

U slučaju da navedena pretpostavka nije prihvatljiva predlaže se postupak sa zavisnošću statistika μ_y i C_{vy} od trajanja kiše:

$$\begin{aligned} \mu_y &= a (D + c)^b \\ C_{vy} &= \alpha (D + \gamma)^{-\beta} \end{aligned} \tag{28}$$

gde su μ_y i C_{vy} sredina odnosno koeficijent varijacije logaritamskog niza. Na slici 5. prikazane su ove zavisnosti za kišomernu stanicu Zlatibor u Srbiji.

4.2. Promena intenziteta kiše tokom trajanja kiše

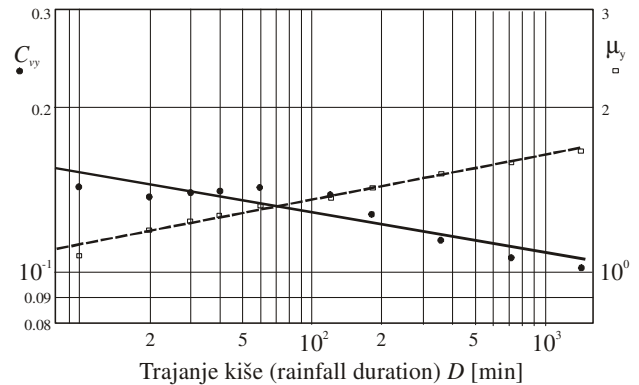
Prethodno je opisan postupak kako se određuje povratni period T visine padavina X određenog trajanja kiše D , odnosno kako se konstruišu dijagrami $X-D-T$. Da bi informacija o kišama kratkog trajanja bila kompletna, neophodno je da se analizira oblik hijetograma. Oblik hijetograma je takođe slučajna promenljiva čija se pojava opisuje dvodimenzionalnom funkcijom raspodele $F_D(\pi, \tau)$, sa bezdimenzionim slučajnim promenljivim (π, τ) :

$$F_D(\pi, \tau) = P\{\Pi < \pi, \Theta < \tau\}, \tag{28}$$

gde su:

$\pi = X_t / X_D$ - visina padavina u odnosu na ukupnu visinu za vreme D ,

$\tau = t / D$ - odnos vremena prema ukupnom trajanju kiše.



Slika 5. Kišomerna stanica Zlatibor - srednja vrednost i koeficijent varijacije logaritama visine kiša u funkciji trajanja kiše.

Sukcesivnim proračunavanjem marginalnih funkcija raspodela:

$$F_{\tau,D} = P\{\Pi \leq \pi\}, \tag{29}$$

može se konstruisati dijagram koji predstavlja dvodimenzionalnu funkciju raspodele i koji pokazuje sa kojom se verovatnoćom može očekivati određeni oblik hijetograma. Grafičkim diferenciranjem ovih linija može da se dobije jedinični dijagram promena intenziteta kiše u funkciji vremena.

Promenljiva Π definisana je u intervalu (0,1), pa se za njeno opisivanje može primeniti beta raspodela. Funkcija gustine beta raspodele, sa parametrima α i β , je:

$$\begin{aligned} f(\pi; \alpha, \beta) &= \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \pi^{\alpha-1} (1-\pi)^{\beta-1}, \\ 0 \leq \pi \leq 1, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0. \end{aligned} \tag{30}$$

Funkcija beta raspodele je:

$$F(\pi; \alpha, \beta) = \frac{B_\pi(\alpha, \beta)}{B(\alpha, \beta)}; \quad 0 \leq \pi \leq 1, \tag{31}$$

gde je $B_\pi(\alpha, \beta)$ nepotpuna beta raspodela, odnosno:

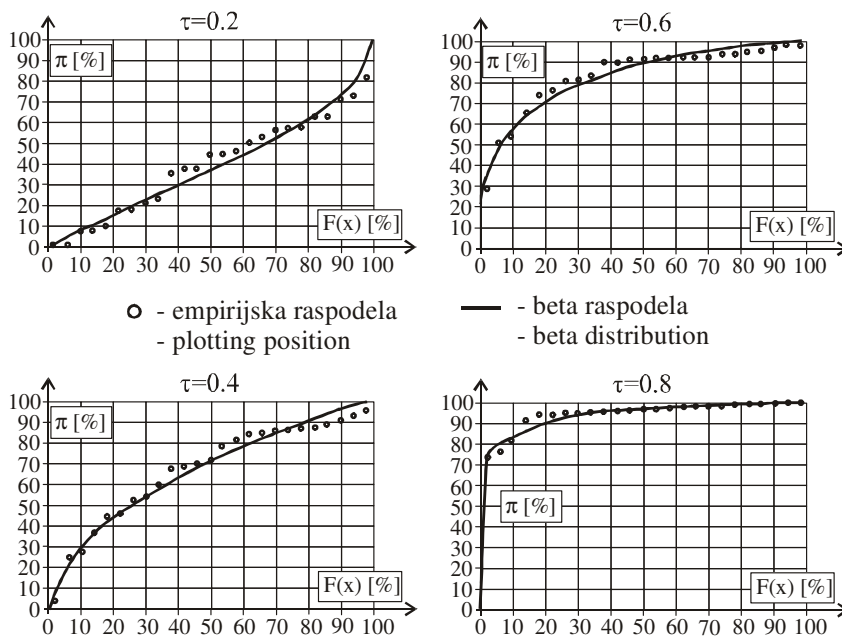
$$B_\pi(\alpha, \beta) = \int_0^\pi u^{\alpha-1} (1-u)^{\beta-1} du, \tag{32}$$

Parametri beta raspodele α i β mogu se odrediti metodom momenata pomoću ocena srednje vrednosti m i varijanse S^2 :

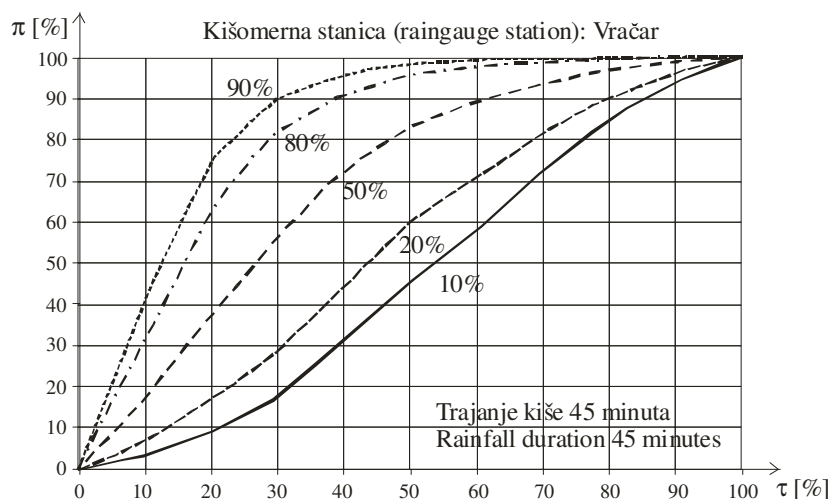
$$\beta = \frac{1-m}{S^2} [m(1-m) - S^2], \tag{33}$$

$$\alpha = \frac{m\beta}{1-m}.$$

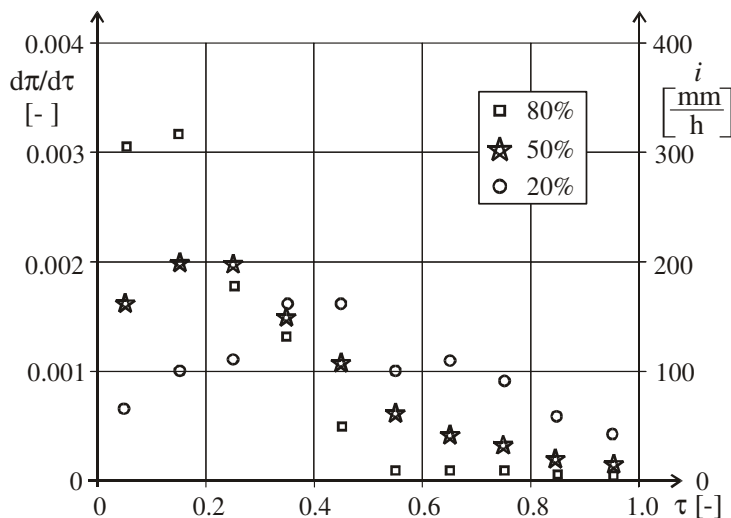
Prikazan je primer za pluviografsku stanicu Beograd-Vračar za kišu trajanja 45 minuta (realno trajanje od 40 do 50 minuta). Na slici 6 prikazane su $F(\pi)$ za $\tau = 0.2, 0.4, 0.6$ i 0.8 . Na osnovu marginalnih raspodela $F(\pi)$ za $\tau = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ konstruisane su $\pi-\tau$ krive za $F(\pi, \tau) = 0.1, 0.2, 0.5, 0.8$ i 0.9 (slika 7.).



Slika 6. Kišomerna stanica Beograd-Vračar, kiše trajanja 45 minuta; Raspodela π za konstantne vrednosti τ .



Slika 7. Kišomerna stanica Beograd-Vračar, kiše trajanja 45 minuta; $\pi-\tau$ krive za $F(\pi, \tau) = \{10, 20, 50, 80, 90\}$ %.



Slika 8. Kišomerna stanica Beograd-Vračar, kiše trajanja 45 minuta; levo - bezdimenzionalni intenzitet kiše; desno - intenzitet kiše povratnog perioda 100 godina, visine $X_{50}=75\text{mm}$.

Na slici 8 (leva vertikalna osa) konstruisan je dijagram $d\pi/d\tau$ u funkciji τ za $F(\pi, \tau) = 0.2, 0.5, \text{ i } 0.8$. Množenjem ovog dijagrama sa visinom padavina trajanja 45 minuta određene verovatnoće pojave i deljenjem sa trajanjem kiše dobija se promena intenziteta kiše tokom trajanja kiše od 45 minuta. Za povratni period 50 godina i $X_{50}=75\text{ mm}$ prikazani su dijagrami promene intenziteta verovatnoće pojave 20%, 50% i 80% (slika 8, desna vertikalna osa).

5. REGIONALNA STATISTIČKA ANALIZA

Prilikom statističke analize maksimalnih kiša javljaju se problemi zbog ograničenog obima uzorka (perioda osmatranja), nepoznavanja tipa funkcije raspodele ili njenih parametara, kao i zbog pojave izuzetaka. Zbog toga je rizično da se statistička analiza obavlja izolovano za jednu pluviografsku stanicu, već je preporučljivo da se simultano analizira više susednih stanica, odnosno da se pristupi regionalnoj analizi.

Ciljevi regionalne analize su: da se obavi globalna verifikacija kvaliteta podataka osmatranja, da se odabere statistička metoda, tip funkcije raspodele, te da se omogući ocena maksimalnih kiša na lokacijama na kojima ne postoje osmatranja. Regionalna statistička analiza podrazumeva:

- prethodnu proveru kvaliteta osmatranja,

- verifikaciju podataka pomoću višestruke nelinearne korelacije bezdimenzionalnih veličina,
- analizu korelograma i izbor reprezentativnog perioda osmatranja,
- izbor tipa funkcije raspodele,
- regionalizaciju statistika nizova,
- identifikaciju homogenih regiona,
- korekciju parametara funkcije raspodele u slučajevima pojave gornjih i donjih izuzetaka,
- ocenu kvantila,
- prostorno povezivanje karakterističnih parametara dobijenih statističkom analizom,
- ocena parametara dobijenih statističkom analizom,
- ocena karakteristika na lokacijama bez merenja.

Pri regionalnoj statističkoj analizi najčešće se koristi metoda godišnjih maksimuma, koja je jednostavnija i brža za izvođenje od metode POT serija (odnosno metoda pikova), te je stoga pogodna za simultanu statističku analizu više stanica. Tip teorijske funkcije raspodele bira se na osnovu testiranja saglasnosti empirijske i više teorijskih funkcija raspodele za sve stanice regionu. Preliminarna statistička analiza na većini stanica za analizirana trajanja kiše pokazala je da logaritamska Pirson III raspodela daje najbolju saglasnost teorijske i empirijske raspodele.

ZAKLJUČAK

Pri analizi maksimalnih kratkotrajnih kiša potrebno je da se obrati pažnja na pojavu izuzetaka. Ovo je posebno značajno pri analizi kiša na pluviografskim stanicama sa kraćim periodima osmatranja. Pored kriterijuma za identifikaciju izuzetaka preporučuje se i analogija sa kišama na stanicama u regionu. Inženjerska praksa pokazala je da je pored verovatnoće pojave visine kiše potrebno da se pozna i neravnomernost tokom trajanja kiše kojom se izražava njena promenljivost, tj. promena intenziteta kiše tokom vremena njenog trajanja.

Na izlivima glavnih kolektora atmosferskih voda ili bujičnih tokova u veći vodotok značajno je da se analizira koincidencija velikih voda. U tu svrhu neophodna je analiza verovatnoće pojave maksimalnih kratkotrajnih kiša po pojedinim sezonama. Ovu analizu omogućuje statistička metoda složenih parcijalnih serija.

Ističemo potrebu sistematske obrade dragocenih materijala pluviografskih osmatranja putem digitalizacije i statističke obrade kako bi se omogućilo racionalno projektovanje objekata za zaštitu od poplavnih voda.

LITERATURA

- [1] ARR (1987) Australian Rainfall and Runoff, Institution of Engineers, Australia.
- [2] Bobée B. (1975) The Log Pearson Type 3 Distribution and Its Application in Hydrology, Water Resources Research, Vol. 11: 681-689.
- [3] Bulletin #17B - IACWD (1982) Guidelines for Determining Flood Flow Frequency, Bulletin 17B, Inter-Agency Advisory Committee on Water Data, Washington, D.C.
- [4] Grubbs F.E., Beck G. (1972) Extension of Sample Size and Percentage Points for Significance Tests of Outlying Observations, Technometrics 14: 847-854.
- [5] Đorđević N. (1975) Intenzitet kiša u Beogradu, Institut za meteorologiju, PMF, Beograd.
- [6] Kite G.W. (1977) Frequency and Risk Analyses in Hydrology, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado 80522, USA.
- [7] Milosavljević K. (1952) Intenzitet pljuskova u Beogradu, Vrnjačkoj Banji i Prilepu. Knjiga CXCIV, Srpska akademija Nauka, Beograd
- [8] Rao D.V. (1980) Log Pearson Type 3 Distribution: Method of Mixed Moments, Journal of Hydraulic Engineering, 106: 999-1019.
- [9] Pilon P.J., Condie R., Harvey K.D. (1985) *Consolidated frequency analysis package (CFA)*, User Manual for Version 1, DEC PRO Series, Water Resources Branch, Inland Waters Directorate, Environment Canada, Ottawa.

STATISTICAL ANALYSIS OF THE SHORT DURATION RAINFALL
BY THE ANNUAL MAXIMA METHOD

by

Dragutin PAVLOVIĆ, Vojislav VUKMIROVIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade

Summary

The analysis of short duration rainfall for one rain gauge station is presented in the paper. The most commonly used theoretical probability distributions are considered as regards the domain of their applicability. The outlier identification and replacement is proposed according to the US and Australian practices. In addition to the analysis of probability distribution of rainfall depth, the necessity is emphasized to analyze temporal distribution

of rainfall intensity. The beta distribution is used to describe the distribution of rainfall intensity. Finally, the need for regional short duration rainfall analysis is introduced with basic steps for its implementation.

Key words: rainfall data analysis, rainfall record, annual maxima method, probability distribution functions

Redigovano 04.11.2010.